



Problem, Del 2

Svar och motivering krävs.

1. Bröderna fem-sjättedel

De två tvillingbröderna med namnen Halv och Tredjedel gillar att spela basket. På sin bakgård står de och skjuter lite bollar; Halv är bättre än Tredjedel. I snitt så lyckas Halv sätta hälften av sina skott, medan Tredjedel bara lyckas träffa en tredjedel.

En eftermiddag är att de skjuter tre skott var; varje skott ger en poäng.

- Vad är sannolikheten för att de tillsammans får 5 poäng?
- Vad är sannolikheten för att Tredjedel lyckas träffa 3 skott, oberoende av hur Halv klarar sig?
- Vad är sannolikheten för att de får 5 poäng tillsammans, och att Tredjedel står för 3 av dem?

2. Myror på tråden

Myror är intressanta varelser, och vi ska studera dem lite närmare. Följande scenario utspelar sig: En 16 dm lång tråd är spänd mellan ett bord och en vägg. Det står 17 myror i ena änden och ska bege sig ut på tråden. När en myra kommer till väggen vänder den, och när 2 myror möts så vänder bägge. En myra går 1 dm per sekund, och en myra börjar gå varje sekund, så efter 16 sekunder kommer det vara 17 myror på tråden (en som precis börjar gå, och en som just vänder vid väggen). När en myra kommer tillbaka till bordet så går den inte ut på tråden igen, så efter ett tag kommer alla myrorna ha sprungit av tråden igen. Vi antar mycket matematiskt att alla vändningar är omedelbara.

- Hur långt har alla myror gått tillsammans?
- Hur lång tid tar det från att den första myran börjar gå tills den sista har gått av tråden?
- Hur långt har den myran som gått längst gått?

3. Årets summa

Betrakta summan:

$$\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+x} = \frac{2013}{2015}$$

Vi ska studera den lite närmare, och tillsist klura ut vilket heltal x är.

Vi börjar med att titta på nämnarna:

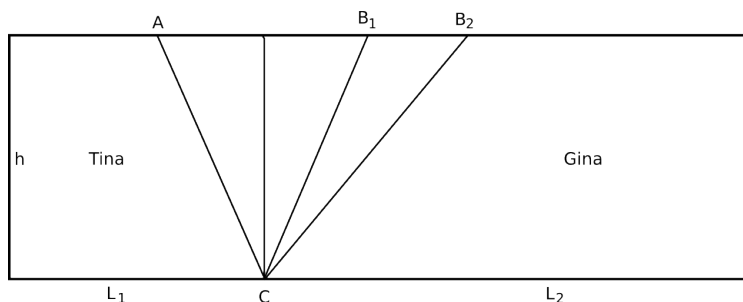
- Vad är $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$ lika med?
- Vad är $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$ lika med?

Med denna kunskapen kan vi förenkla vårt uttryck lite. Men vi behöver trixa lite till med termerna.

- Skriv som ett bråk: $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$
- Vad är således x lika med i den ursprungliga ekvationen?

4. Grannar med pool

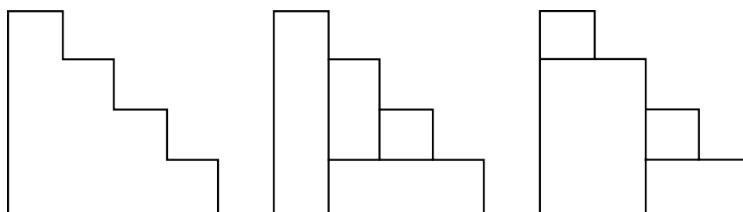
Två goda grannar, Gina och Tina har bestämt sig för att bygga en lustigt formad pool som skall sträcka sig över bägges tomtgräns. Deras två tomter bildar en rektangel, med höjden h , Tinas tomt har sidlängden L_1 och Ginas L_2 , som bilden visar. De bestämmer sig för att bygga en pool över tomtgränsen som har formen av en likbent triangel. Gina föreslår därmed att en pool med hörn i punkterna A , B_1 och C . Efter lite funderande tycker Tina att detta är orättvist eftersom poolen nu tar upp $\frac{1}{6}$ av hennes tomt, men eftersom Gina har en större tomt ($L_1 < L_2$) så tar poolen upp en mindre andel av hennes tomt. Anna föreslår istället att B_1 ersätts med B_2 som ligger 2 meter längre in på Ginas tomt för då används även $\frac{1}{6}$ av hennes tomt. Hur mycket längre är Ginas tomt än Tinas?



Figur 1: Bild över de två tomterna och den triangulära poolen.

5. Trappor och rektanglar

En uttråkad student utrustad med ett block rutat papper kommer förr eller senare att börja rita i blocket. Så vår gode student Peter sitter och ritar små trappor och fyller sedan i dem med hjälp av rektanglar. Så här kan det se ut:



Figur 2: En trappa med 4 steg och sedan samma trappa ifylld med 4 rektanglar på 2 olika sätt..

Nu upptäcker han att det finns olika sätt att fylla i en trappa om vi vill använda så få rektanglar som möjligt. Man inser snabbt att det krävs lika många rektanglar som antalet "steg" i trappan. Varje rektangel kan ju bara fylla ut ett steg.

På hur många sätt kan vi fylla ut trappan med:

- 3 steg med 3 rektanglar?
- 4 steg med 4 rektanglar?
- 5 steg med 5 rektanglar?
- 6 steg med 6 rektanglar?