

- Hjälpmedel: Miniräknare och utdelad formelsamling.
 - Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt.
 - Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
 - På omslaget måste du skriva med bläck.
 - Skriv endast på ena sidan av pappret. Flera lösningar på samma blad är dock ok.
-

1. En slumpalsgenerator genererar oberoende rektangelfördelade tal mellan -1 och 1 .

a) Beräkna sannolikheten att ett slumpstal är större än 0.2 . (0.3)

b) Beräkna sannolikheten att av tio på varandra följande slumpstal så är minst tre stycken större än 0.2 . (0.3)

2. För vilka värden på p , q och r är påståendet $\neg((p \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg q$ sant? (0.6)

3. Stokastiska variabeln ξ har frekvensfunktionen

x		1	2	a	4
$P(\xi = x)$		0.4	0.1	p	0.1

och uppfyller $V(\xi) = 1.16$. Bestäm a och p . (0.6)

4. Mängden A består av 15 element.

a) Bestäm kardinaliteten av potensmängden $\mathcal{P}(A)$. (0.2)

b) Hur många mängder i $\mathcal{P}(A)$ har högst 4 element? (0.4)

5. Bestäm $P(A \cup B)$ om $P(A^c) = 7/10$, $P(A | B) = 1/4$ och $P(A | B^c) = 1/3$. (0.6)

6. Låt $s_n = \sum_{k=1}^n (k+1) \cdot 2^k$.

a) Beräkna s_n för $n = 1, 2, \dots, 5$. Gissa en formel för s_n . (Ledning: 2^n delar s_n .) (0.3)

b) Bevisa din formel från a). (0.3)

VAR GOD VÄND!

7. Livslängden ξ_1 hos en viss typ av glödlampor antas vara normalfördelad med väntevärde 100 timmar och standardavvikelse 10 timmar. Livslängden ξ_2 hos en annan typ glödlampor uppfyllar $\xi_2 \in N(105, 20)$ och ξ_1 och ξ_2 antas vara oberoende.
- a) Bestäm sannolikheten $P(\xi_1 + \xi_2 > 200)$. (0.3)
- b) Vad är sannolikheten för att en glödlampa av den första typ fungerar längre än en av den andra typ? (0.3)
8. Låt $f: A \rightarrow B$ och $g: B \rightarrow C$ vara två funktioner. Avgör om påståendena nedan är korrekta.
- a) f och g är injektiva $\implies g \circ f$ är injektiv. (0.2)
- b) f och $g \circ f$ är injektiva $\implies g$ är injektiv. (0.2)
- c) $g \circ f$ är injektiv $\implies f$ är injektiv. (0.2)
9. Besvara frågorna nedan genom att ge ett konkret exempel (om du svarar "ja") eller ett motbevis (om du svarar "nej").
- a) Två händelser A och B har sannolikheterna $P(A) = 1/3$ och $P(B) = 1/2$. Kann händelserna vara disjunkta? (0.3)
- b) Två händelser C och D har sannolikheterna $P(C) = 1/3$ och $P(D) = 1/2$. Kann händelserna vara oberoende? (0.3)
10. a) Låt $S \subseteq \{1, 2, \dots, 8\}$ med $|S| = 5$. Vis att det finns två olika icke-tomma delmängder A och B av S så talen i A och talen i B har samma summa. (0.4)
- b) Gäller påståendet i a) om $S \subseteq \{1, 2, \dots, 9\}$ med $|S| = 5$? (0.2)

SLUT!