

- Hjälpmedel: Miniräknare och utdelad formelsamling.
  - Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt.
  - Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
  - På omslaget måste du skriva med bläck.
  - Skriv endast på ena sidan av pappret. Flera lösningar på samma blad är dock ok.
- 

1. I en livsmedelindustri har man en förpackningsmaskin som skall fylla på påsar med 500 g av en viss produkt. På grund av slumpmässiga fel är mängden normalfördelad med ett visst väntevärde  $m$  som man kan ställa in och en standardavvikelse 5 g. Vad skall man ställa in vikten  $m$  på om man vill att minst 99% av alla påsar skall innehålla minst 500 g? (0.6)
2. a) Låt  $A$ ,  $B$  och  $C$  vara mängder sådana att  $|A| = 11$ ,  $|B| = 13$ ,  $|C| = 15$ ,  $|A \cap B \cap C| = 2$  och  $|A \cup B \cup C| = 27$ . Dessutom gäller  $|A \cap B| = 5$  och  $|B \cup C| = 22$ . Bestäm  $|A \cap C|$ . (0.3)  
b) Bestäm antalet element i  $X \times Y$  och antalet delmängder till  $X \times Y$  om  $X = \{a, b, c, d\}$  och  $Y = \{y \in \mathbb{Z}_+ \mid y^2 < 50\}$ . (0.3)
3. En forskare vill undersöka eventuella samband mellan val av tidning och partisympatier. Speciellt vill man fokusera på tidningen DN och partierna A och B. I en undersökning tillfrågades 100 slumpmässiga utvalda personer med följande resultat:

	A	B	Övriga
Läser DN	10	4	26
Läser inte DN	5	6	49

- a) Vad är sannolikheten att en person röster på A eller B om personen inte läser DN? (0.3)
  - b) Är det att läsa DN och att rösta på A oberoende? (0.3)
4. För vilka sanningsvärden hos  $p$ ,  $q$  och  $r$  är den satslogiska satsen  $\left( ((\neg q) \rightarrow r) \wedge p \right) \vee (p \leftrightarrow q)$  sann? (0.6)

**VAR GOD VÄND!**

5. En kontinuerlig stokastisk variabel  $\xi$  har frekvensfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} k/\sqrt{x} & \text{om } 0 < x \leq 4 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

där  $k$  är en konstant.

a) Vilket värde har konstanten  $k$ ? (0.2)

b) Beräkna väntevärdet och variansen för  $\xi$ . (0.4)

6. En förälder köper 12 olika leksaker till sina 3 barn Knatte, Fnatte och Tjatte. På hur många sätt kan hen fördela leksakerna mellan barnen om

a) Inget barn ska bli utan? (0.3)

b) Om alla barnen ska ha lika många leksaker? (0.3)

7. Livslängden för en viss typ av elektrisk säkring är exponentialfördelad med väntevärdet 0.5 timar. En sådan säkring ingår i en radio som ständigt är i bruk. När en säkring går sönder byts den genast ut mot en ny. Vad är approximativa sannolikheten för att radion fungerar efter 47 timar om man totalt har 100 säkringar? Livslängderna för olika säkringar förutsätts vara oberoende. (0.6)

8. a) Ange någon relation som är reflexiv och transitiv men varken symmetrisk eller antisymmetrisk. (0.3)

b) Bevisa att om en relation inte är transitiv då är den antingen inte symmetrisk eller inte antisymmetrisk. (0.3)

9. Ett flygplan antas kunna flyga om minst hälften av dess motorer fungerar. Anta att motorerna fungerar oberoende av varandra och låt  $p$  vara funktionssannolikheten för varje motor. För vilka värden på  $p$  är ett fyrmotorigt plan säkrare än ett tvåmotorigt? (0.6)

10. Fibonaccitalen har definitionen  $f_0 = 0$ ,  $f_1 = 1$  och  $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$  för  $n \geq 2$ . Bevisa att  $f_{n+1}f_{n-1} - f_n^2 = (-1)^n$  för alla  $n \in \mathbb{Z}_+$ . (0.6)

**SLUT!**