

- Hjälpmedel: Miniräknare och utdelad formelsamling.
 - Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt.
 - Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper.
 - På omslaget måste du skriva med bläck.
 - Skriv endast på ena sidan av pappret. Flera lösningar på samma blad är dock ok.
-

1. Man utför tre kast med en vanlig symmetrisk mynt. Betrakta händelserna

A : Det är inte 3 lika resultat, B : Första kastet ger klave.

a) Beräkna $P(A)$ och $P(B)$. (0.3)

b) Är händelserna A och B oberoende? (0.3)

2. Avgör om följande logiska argument är giltigt:

$$\begin{array}{l} q \rightarrow p \\ r \rightarrow p \\ \hline \therefore (q \vee r) \rightarrow p \end{array} \quad (0.6)$$

3. En fabrik har två maskiner A och B som tillverkar enheter av samma slag. Maskin A producerar 40% av enheterna och tillverkar defekta enheter med sannolikhet 0.05. Maskin B tillverkar defekta enheter med sannolikhet 0.1. Man väljer en enhet slumpmässigt.

a) Vad är sannolikheten att enheten är defekt? (0.3)

b) Vad är sannolikheten att enheten är från maskin B om den är defekt? (0.3)

4. Låt $A = \{a, b, c, d\}$ och betrakta relationen

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (b, a), (b, b), (b, d), (c, a), (c, b), (c, c), (d, a), (d, c), (d, d)\}$$

på A . Är \mathcal{R} reflexiv? symmetrisk? antisymmetrisk? transitiv? Är \mathcal{R} en ekvivalensrelation? (0.6)

VAR GOD VÄND!

5. En kontinuerlig stokastisk variabel ξ har frekvensfunktionen

$$f(x) = \begin{cases} 1/4, & \text{om } 0 \leq x < 1 \\ k, & \text{om } 1 \leq x < 2 \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

där k är en konstant.

a) Vilket värde har konstanten k ? (0.2)

b) Ange fördelningsfunktionen för ξ . (0.2)

c) Beräkna väntevärdet för ξ . (0.2)

6. a) Är funktionen $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$, $f(x) = x^3$, injektiv? (0.3)

b) Är funktionen $g: \mathbb{Z}_9 \rightarrow \mathbb{Z}_9$, $g(x) = x^3$, surjektiv? (0.3)

7. a) Man slår en vanlig symmetrisk tärning 6 gånger och räknar antalet ettor. Är det störst chans för ett jämnt eller ett udda antal ettor? (0.3)

b) Antalet russin per bulle är Poissonfördelad med väntevärde λ . Vilket värde får λ minst ha för att sannolikheten för att få minst en russin per bulle är 0.95? (0.3)

8. På hur många sätt kann 8 *olika* kulor fördelas i

a) 3 *olika* lådor om inga lådor får vara tomma? (0.3)

b) 3 *identiska* lådor om tomma lådor är tillåtna? (0.3)

9. Akilles ska göra ett nytt svärd. Han köper 20 bitar järn från Sparta och 24 bitar järn från Ithaca. Längden av järnbitarna från Sparta är normalfördelade och är i genomsnitt 5 cm och har standardavvikelsen 1.5 cm. Ithaca producerar järnbitar vars längd är normalfördelad med genomsnittslängd 4 cm och standardavvikelse 0.5 cm. Akilles nya svärd fås vid att sätta alla 44 järnbitar samman. Vad är sannolikheten för att det nya svärdet är längre än 2 m? (Längden av järnbitarna är oberoende av varandra. Dessutom blir där ingen förlust när järnstyckena förenas.) (0.6)

10. Bevisa att

$$\frac{1}{2^1} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} < 2$$

för alla $n \in \mathbb{Z}_+$.

(0.6)

SLUT!