Matematisk statistik
Matematikcentrum
Lunds universitet

Tentamen: 2021–10–29 kl 08^{00}–13^{00}
FMS F30 / F32
Matematisk statistik

- Hjälpmedel: Ej förprogrammerad miniräknare och utdelad formelsamling
- Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren förenklas maximalt
- Skriv anonymkod (eller namn om du saknar kod) på varje papper
- På omslaget måste du skriva med bläck
- Skriv endast på ena sidan av pappret

---

1. **a)** Antalet fel per dygn som uppkommer i ett system följer en Poissonfördelning med väntevärde 3. Bestäm sannolikheten för att det i systemet uppkommer minst tre fel under nästa dygn. (0.3)

b) Den stokastiska variabeln ξ antar värdena 2, 3 och 4 med sannolikheterna 0.2, 0.3 respektive 0.5. Beräkna väntevärdet samt standardavvikelsen för ξ. (0.3)

c) Betrakta en stokastisk variabel η där $E(\eta) = 0.5$ och $V(\eta) = 0.1$. Beräkna approximativt $V(\eta^3)$. (0.4)

2. En komponent består av två delar A och B. Komponenten fungerar så länge *minst en av delarna fungerar*. Livslängderna för del A och del B är oberoende och exponentialfördelade med väntevärdet 2 timmar. Beräkna sannolikheten för att komponenten fungerar efter 3 timmar. (1.0)

3. Låt $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{n_1}$ vara oberoende stokastiska variabler där $\xi_i \in N(75, 8)$, $i = 1, \ldots, n_1$. På samma sätt, låt $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_{n_2}$ vara oberoende stokastiska variabler där $\eta_i \in N(70, 12)$, $i = 1, \ldots, n_2$. Betrakta följande två medelvärden,

$$\bar{\xi} = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} \xi_i, \qquad \bar{\eta} = \frac{1}{n_2}\sum_{i=1}^{n_2} \eta_i$$

Givet att $n_1 = 16$ och $n_2 = 9$, beräkna

a) $P(\bar{\xi} - \bar{\eta} > 4)$ (0.5)

b) $P(3.5 < \bar{\xi} - \bar{\eta} < 5.5)$ (0.5)

4. Ett företag tillverkar en stållegering A med en genomsnittlig draghållfasthet $m_A = 48$ (kp/mm^2). Man har tagit fram en ny stållegering B, för vilken man gjort dragprov på 8 provbitar. Resultat:

51.2	49.6	47.5	50.4	49.3	48.1	47.8	50.8

Mätvärdena antas komma från en normalfördelning. Man har för avsikt att ersätta stållegering A med B endast om man kan visa att B har större genomsnittlig draghållfasthet. Formulera lämplig nollhypotes och mothypotes och genomför ett test på signifikansnivån 0.05. Vad är slutsatsen av testet? (1.0)

VAR GOD VÄND!

5. Man vill undersöka arsenikkoncentrationen i två brunnar och tar därför fyra oberoende mätningar av As-koncentrationen (μg/l) från den ena brunnen och fem från den andra. Resultaten blev:

Brunn A (x_i)	0.0599	0.0604	0.0821	0.0795	
Brunn B (y_i)	0.0812	0.0581	0.0736	0.0775	0.0491

Vi antar här att x_i är oberoende observationer av $\xi \in N(m_1, \sigma)$ och y_i är oberoende observationer av $\eta \in N(m_2, \sigma)$. Eftersom man sedan tidigare har ganska god kunskap om mätinstrumentet och analysmetoden antar man att det är känt att standardavvikelsen $\sigma = 0.01$.

a) Antag att gränsvärdet för As i vattnet är 0.08 μg/l. Kan man med någon säkerhet (antag signifikansnivå 0.05) påstå att As-koncentrationen i brunn A, m_1, ligger under denna gräns? (0.5)

b) Beräkna ett tvåsidigt 95% konfidensintervall för $m_1 - m_2$. Är det någon signifikant skillnad i As-koncentration mellan de två brunnarna? (0.5)

6. Ingenjörssektionen i Helsingborg planerar en insamling till en jubileumsfest och skickar därför till var och en av de 1000 medlemmarna ett email, i vilket man ber om ett bidrag på 50 eller 100 kronor. Från tidigare erfarenhet gör man uppskattningen att det är lika vanligt med det större som det mindre bidraget och att 20% av medlemmarna inte ger något bidrag alls. Beräkna, med en lämplig approximation, sannolikheten att sektionen får in minst 58 000 kr till sin jubileumsfest. (1.0)

SLUT!