

- **Tillåtna hjälpmedel:** Miniräknare samt utdelad formelsamling (häftad med tentamen).
- Tentamen består av 6 uppgifter om 1.0 poäng vardera, med delpoäng om minst 0.1 poäng.
- Betygsgränser: Betyg 3 (godkänt): 3.0 poäng. Betyg 4: 4.0 poäng. Betyg 5: 5.0 poäng.
- **Tips:** Läs genom hela tentamen och börja med den uppgift du anser vara lättast.
- För övriga instruktioner, se tentamensomslagets insida.

-
1. Låt A och B vara två godtyckliga händelser i ett utfallsrum Ω .
- (a) Uttryck med mängdbeteckning (t.ex. $A \cap B$) samt rita figur (Venndiagram) och skugga händelsen att
- i. Minst en av händelserna A och B inträffar. (0.2)
 - ii. Exakt en av händelserna A och B inträffar. (0.2)
 - iii. A inträffar givet att B redan har inträffat.
Ledning: Vad händer med utfallsrummet Ω då händelsen B är given? (0.2)
- (b) Antag att sannolikheten för att A inträffar är 0.1 samt att B inträffar dubbelt så sannolikt och oberoende av A . Beräkna sannolikheten för händelsen i (a)-iii. (0.4)
2. Ett visst arbetsmoment får inte ta mer än 40 sekunder. För att kontrollera om så är fallet mätte man ett antal gånger den tid momentet tog och fick följande resultat (enhet: sekunder). Det är rimligt att anta att tidsåtgången för arbetsmomenten är oberoende av varandra, men det finns ingen kunskap om tidsåtgångens eventuella fördelning.
- | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 32 | 37 | 36 | 45 | 39 | 41 | 33 | 32 | 39 | 44 |
| 37 | 41 | 36 | 35 | 34 | 36 | 37 | 39 | 33 | 31 |
- (a) Skatta sannolikheten p att arbetsmomentet tar för lång tid. (0.4)
- (b) Låt ξ vara antal arbetsmoment som tar mer än 40 sekunder att utföra om arbetsmomentet utförs totalt fem gånger. Ange fördelningen för ξ och beräkna sannolikheten att alla fem moment tar kortare än 40 sekunder vardera. (0.6)
3. I en affär handlar varje tisdag 400 kunder. Låt η vara slumpvariabeln som beskriver antal liter mjölk en kund köper. En undersökning visar att ingen köper mer än tre liter mjölk i denna affär och att $P(\eta = 1) = 0.4$, $P(\eta = 2) = 0.3$ och $P(\eta = 3) = 0.1$. Antag att kunders mjölkinköp är oberoende av varandra och att affären endast har enlitersförpackningar.
- (a) Bestäm sannolikheten att en kund inte köper någon mjölk alls en tisdag. (0.2)
 - (b) Beräkna väntevärde och standardavvikelse för η . (0.2)
 - (c) Låt ν vara slumpvariabeln som beskriver alla kunders samlade mjölkinköp på tisdagar. Bestäm väntevärde och standardavvikelse för ν . (0.2)
 - (d) Bestäm approximativt, med Centrala gränsvärdessatsen, hur många liter mjölk butiken behöver ha i lager på tisdagar om sannolikheten att mjölken räcker skall vara minst 95 %. (0.4)

Var god vänd!

4. En biltillverkare samlar anonymt in GPS-data för deras bilar som är ute i trafiken. Som en del i ett säkerhetsarbete har de tittat på hastigheter i olika trafiksituationer. För att ta bort individuella skillnader undersöks samma fordons hastighet på flera olika platser. Datamaterialet innehåller totalt $n = 8$ bilar som var och en, utan att stanna, passerat övergångsställe A med hastigheten x_i och övergångsställe B med hastigheten y_i (km/h):

Fordon $i =$		1	2	3	4	5	6	7	8
A	x_i	51	53	38	50	50	35	34	45
B	y_i	68	52	46	53	64	31	39	54

Ställ upp en lämplig modell för skillnaden i hastighet mellan övergångställena. Gör ett lämpligt 99 % konfidensintervall för att undersöka om en bil förväntas köra snabbare vid övergångsställe B än vid övergångsställe A . (1.0)

5. Den stokastiska variabeln ξ har fördelningsfunktion

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1 - e^{-x^2/2}, & x \geq 0 \end{cases}$$

(a) Beräkna sannolikheten $P(\xi > \sqrt{2})$. (0.4)

(b) Bestäm $f(x)$ och visa att denna är en täthetsfunktion. (0.6)

6. Stenkol från en viss tillverkare skall ha maximal askhalt 8 %, men en labbtekniker misstänker att halten är högre än så. Vid kontroll av ett parti stenkol uppmättes askhalten i ett slumpmässigt valt stickprov med 12 observationer att vara $\bar{x} = 8.4$ % i genomsnitt. Det är känt att mätutrustningen har normalfördelade fel med noggrannheten $\sigma = 1$ (%-enheter).

(a) Definiera en stokastisk variabel för stickprovet. Formulera noll- och mothypotes för att kunna testa labbteknikerns misstanke. (0.2)

(b) Använd *Teststorhet* för att testa och besvara hypotesen på signifikansnivå 0.05. (0.4)

(c) Beräkna testets styrka om den faktiska askhalten är 9 %. Är detta ett bra test eller borde fler mätningar gjorts? (0.4)

Lycka till!