

INGA HJÄLPMEDEL.

Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt. Alla baser och koordinatsystem får antas vara ortonormerade och positivt orienterade, om inte annat anges.

1. a) Beräkna vinkeln mellan vektorerna  $\mathbf{u} = (1, -1, 0)$  och  $\mathbf{v} = (-2, 1, 1)$ . (0.3)

b) Bestäm ekvationen på normalform för planet som är parallellt med vektorn  $\mathbf{w} = (3, 1, 2)$  och innehåller punkterna  $A: (2, 2, 0)$  och  $B: (1, 1, 1)$ . (0.4)

c) Visa att planet i b) är parallellt med linjen  $\ell: (x, y, z) = (3 + t, -t, 1 + 4t)$ . (0.3)

2. a) Bestäm arean av triangeln med hörn i  $A: (3, 0, -1)$ ,  $B: (2, 1, 1)$  och  $C: (1, 1, 1)$ . (0.4)

b) Är vektorerna  
 $(3, -1, -4, 0)$ ,  $(1, 1, 0, 2)$ ,  $(-1, 0, 1, 0)$   
linjärt beroende eller oberoende? (0.6)

3. Lös matrisekvationen  $\mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{C}^T = \mathbf{B}$  där

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & -4 \end{pmatrix}. \quad (1.0)$$

4. Bestäm parametern  $b$  så att de tre planen

$$\pi_1: bx + y + z = 2b + 1, \quad \pi_2: x + y + bz = 1 - b, \quad \pi_3: -x + 2y - z = b + 2$$

har mer än ett skärningspunkt. Lös systemet fullständigt för alla så erhållna värden på  $b$ . (1.0)

5. Linjerna  $\ell_1: (x, y, z) = (1 - 2t, 1 - 4t, -3 + 4t)$  och  $\ell_2: (x, y, z) = (0, 2, 2) + t(1, 2, -2)$  är givna. Visa att  $\ell_1$  och  $\ell_2$  är parallella. Bestäm minsta avståndet mellan linjerna. (1.0)

6. Beräkna avbildningsmatrisen för den linjära avbildning som definieras av att man först speglar rummets vektorer i planet  $2x - y + z = 0$  och därefter vrider dem vinkeln  $\frac{\pi}{2}$  runt  $y$ -axeln i positiv led (sett från spetsen av  $y$ -axeln). (1.0)

*SLUT!*