

INGA HJÄLPMEDEL.

Lösningarna skall vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt. Alla baser och koordinatsystem får antas vara ortonormerade och positivt orienterade, om inte annat anges.

1. a) Beräkna skärningen mellan linjerna

$$\ell_1: (x, y, z) = (2 + t, 3 + 2t, 1 + 3t) \quad \text{och} \quad \ell_2: (x, y, z) = (3 - t, -5 + 3t, 2 - 2t). \quad (0.4)$$

b) Ange en ekvation på normalform för planet som innehåller båda linjerna. (0.6)

2. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna och vilka som är falska (under naturliga förutsättningar om ingående matriser och vektorer). Ange endast svar. (Bedömning: Högst 3 rätt ger 0 poäng, därefter 0.2 poäng per rätt svar.)

a)  $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$                       b)  $\det(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \det(\mathbf{A}) + \det(\mathbf{B})$

c)  $(\mathbf{A} + \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{B}^{-1}$                       d)  $(\mathbf{A}^{-1})^T = (\mathbf{A}^T)^{-1}$

e)  $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \times \mathbf{w} = \mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$                       f)  $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} = \mathbf{v} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{w})$

g) Om  $\det \mathbf{A} = 0$  saknar ekvationssystemet  $\mathbf{AX} = \mathbf{Y}$  lösning för alla högerled  $\mathbf{Y}$ .

h) Om ekvationssystemet  $\mathbf{AX} = \mathbf{0}$  endast har den triviala lösningen  $\mathbf{X} = \mathbf{0}$  gäller  $\det \mathbf{A} \neq 0$ .

3. Låt

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -3 & 4 & -3 \\ -5 & 5 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Lös matrisekvationen  $\mathbf{A}^T \mathbf{X} - \mathbf{B} = \mathbf{I}$ . (1.0)

4. a) Bestäm avbildningsmatrisen för spegling i linjen  $\ell: \sqrt{3} \cdot x - y = 0$ . (0.3)

b) Bestäm avbildningsmatrisen för rotation vinkeln  $\frac{\pi}{3}$  i positiv led kring origo. (0.2)

c) Bestäm avbildningsmatrisen för spegling i  $\ell$  åtföljt av rotationen från b). (0.3)

d) Vis att avbildningen från c) är spegling i  $y$ -axeln. (0.2)

5. Låt  $\mathbf{u}_1 = (a, 1, 1)$ ,  $\mathbf{u}_2 = (2, a, 2)$  och  $\mathbf{u}_3 = (3, 1, 1)$ .

a) För vilka värden på  $a$  spänner  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$  och  $\mathbf{u}_3$  upp  $\mathbb{R}^3$ ? (0.5)

b) För vilka värden på  $a$  är  $\mathbf{v} = (2 - a, 2, a - 2)$  en linjärkombination av  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$  och  $\mathbf{u}_3$ ? (0.5)

6. En kvadrat med sidlängden 1 har ett hörn i origo, ett hörn i  $(1, 0, 1)$  och ligger i ett plan som är parallellt med vektorn  $(1, 2, 2)$ . Bestäm koordinaterna för de övriga två hörnen. (1.0)

SLUT!