

- Hjälpmedel: Formelblad
 - Lösningar ska vara försedda med **ordentliga motiveringar** och svaren ska förenklas maximalt
 - Skriv identifierare/namn på varje papper och **skriv ej på baksidan**
-

1. Bestäm

a) $\int \frac{\cos(x)}{1 + \sin^2(x)} dx$ (0.3)

b) $\int \frac{4x^2}{\sqrt{x^3 + 2}} dx$ (0.3)

c) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin(x)}{\cos(x)} dx$ (0.4)

2. a) Beräkna volymen av den rotations kropp som bildas då kurvan

$$y = x\sqrt{\ln(x)}, \quad 1 \leq x \leq e,$$

roteras kring x -axeln. (0.5)

b) Beräkna med hjälp av Maclaurinutvecklingar gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 2x) - 2x + \arctan(4x)}{x^2}. \quad (0.5)$$

3. a) Lös integralekvationen

$$y(x) = 3x^2 - \int_0^x 2ty(t) dt. \quad (0.6)$$

b) Lös differentialekvationen

$$y' = x(1 + y^2), \quad y(0) = 1. \quad (0.4)$$

4. a) Undersök om den generaliserade integralen

$$\int_1^5 \frac{1}{\sqrt{x-1}} dx$$

är konvergent. Ifall integralen är konvergent bestäm värdet på integralen. (0.5)

b) Bestäm samtliga primitiva funktioner till

$$f(x) = \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^2 - x}. \quad (0.5)$$

Var god vänd!

5. Lös differentialekvationen

$$y'' - 2y' + y = \sin(2x). \quad (1.0)$$

6. En behållare (behållare 1) med 100 liter saltlösning innehåller 10 kg salt. Saltlösningen pumpas över med hastigheten 3 liter/min till en annan behållare (behållare 2) som innehåller 100 liter rent vatten. Samtidigt fylls behållare 1 med rent vatten med hastigheten 3 liter/min medan behållare 2 tappas ur med samma hastighet.

a) Bestäm en funktion som beskriver mängden salt i behållare 1 med avseende på tiden. (0.5)

b) När blir saltkoncentrationen lika i de båda behållarna, och vid vilken saltkoncentration sker detta? (0.5)

SLUT!