

Hjälpmedel: Formelblad.

Lösningar ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren förenklas maximalt. Skriv namn och personnummer på varje papper.

1. a) Beräkna arean av området mellan kurvan $y = \sin(2x)$ och x -axeln, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. (0.5)

b) En tråd med densitet $\rho(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$ kg/m är spänd mellan punkterna 0 och 3 på x -axeln. Bestäm trådens massa. (0.5)

2. Beräkna integralerna

a) $\int_1^2 x^2 \cdot \ln(x) dx$ (0.3)

b) $\int_2^4 \frac{1}{x(x+2)} dx$ (0.3)

c) $\int_{\sqrt{3}/2}^{\infty} \frac{1}{4x^2 + 1} dx$ (0.4)

3. Lös differentialekvationerna

a) $e^{-x^2} \cdot y' = x \cdot \sqrt{y}$, $y > 0$. (0.5)

b) $y' - \frac{1}{x+2} \cdot y = x^2 - 4$, $x > -2$, $y(0) = 4$. (0.5)

4. a) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot e^{2x} - \sin(x) - \ln(1 + 2x^2)}{x^3}$. (0.5)

b) Är den generaliserade integralen $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^3 + x^2} dx$ konvergent eller divergent? Bestäm integralens värde i fall den är konvergent. (0.5)

5. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' - 3y' = e^{3x} \cdot (6x - 1), \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 2. \quad (1.0)$$

6. Beräkna Taylorpolynomet av ordning 2 kring punkten e för funktionen

$$f(x) = \int_{e^3}^{x^3} \frac{1}{\ln(t)} dt. \quad (1.0)$$

SLUT!