

Hjälpmedel: formelblad

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren ska förenklas maximalt.

1. Beräkna

a) $\int_0^8 \sqrt[3]{x} \, dx,$ (0.2)

b) $\int_2^3 x\sqrt{3-x} \, dx,$ (0.3)

c) $\int_{-1}^4 \frac{x}{x^2+4} \, dx,$ (0.2)

d) $\int_3^8 \frac{4}{x^2-4} \, dx.$ (0.3)

2. Lös begynnelsevärdesproblemen

a) $2xy' - y = x, \quad x > 0, \quad y(1) = 2,$ (0.5)

b) $yy' = x \sin(x^2), \quad y(0) = 1.$ (0.5)

3. Beräkna volymen av den kropp som genereras då området mellan x -axeln och kurvan

$$y = \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2},$$

roterar kring

a) x -axeln, (0.5)

b) y -axeln. (0.5)

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + y' - 2y = 3e^x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 5. \quad (1.0)$$

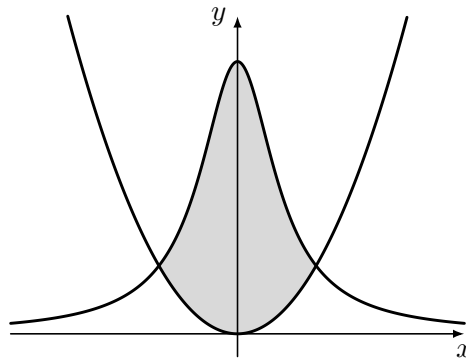
5. a) Bestäm Maclaurinpolynomet av ordning 4 till funktionen

$$f(x) = e^{-x} \sin(2x),$$

och ange även $f^{(4)}(0).$ (0.5)

VAR GOD VÄND!

- b) I koordinatsystemet nedan är kurvorna $y = 6/(1 + x^2)$ och $y = x^2/2$ inritade. Beräkna arean av det skuggade området. (0.5)



6. En iskub smälter på så vis att dess volym minskar med en hastighet som är proportionell mot kubens totala begränsningsarea. Vidare behåller iskuben formen av en kub under hela smältförloppet. Efter en timme återstår 51,2% av iskuben. Hur lång tid tar det för iskuben att smälta bort helt och hållet? (1.0)

LYCKA TILL!