

Hjälpmedel: formelblad

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren ska förenklas maximalt.

1. Beräkna

a) $\int_1^2 (3x - 4)^5 dx,$ (0.2)

b) $\int_1^2 \left(\frac{4}{x^4} - \frac{3}{x^3} \right) dx,$ (0.2)

c) $\int_{-\pi/3}^{\pi} (3 + 4 \cos^2 x) \sin x dx,$ (0.3)

d) $\int x e^{x/2} dx.$ (0.3)

2. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + 2y' + 2y = 4x, \quad y(0) = y'(0) = 1. \quad (1.0)$$

3. Beräkna volymen av den kropp som genereras då området mellan x -axeln och kurvan

$$y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}, \quad 2 \leq x \leq 8,$$

roterar kring

a) x -axeln, (0.4)

b) y -axeln. (0.6)

4. Lös begynnelsevärdesproblemen

a) $y' + (2x + 1)y^2 = 0, \quad y(0) = 1,$ (0.4)

b) $xy' - y = 2x \ln x, \quad y(1) = 0.$ (0.6)

5. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{1 - e^{x^2/2}}. \quad (0.4)$$

b) Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_2^{\infty} \frac{3x + 4}{x^3 + 3x^2 + 2x} dx. \quad (0.6)$$

VAR GOD VÄND!

6. En tank innehåller ursprungligen 75 liter saltlösning med koncentrationen 0,04 kg salt per liter. Vid en viss tidpunkt startar en process varvid saltlösning med koncentrationen 0,12 kg salt per liter pumpas in i tanken med hastigheten 5 liter per minut, samtidigt som lösning avtappas från tanken med samma hastighet (så att volymen vätska i tanken förblir densamma). Lösningen i tanken antas hela tiden vara väl blandad. Bestäm ett uttryck för hur mycket salt det finns i tanken efter t minuter från att processen påbörjats. (1.0)

LYCKA TILL!