

Hjälpmedel: formelblad

Lösningarna ska vara försedda med ordentliga motiveringar och svaren ska förenklas maximalt.

1. Beräkna

a) $\int_{1/9}^{1/4} \frac{1}{\sqrt{x}} dx,$ (0.2)

b) $\int_0^{\pi/4} \sin^2 x dx,$ (0.4)

c) $\int_0^1 \frac{x+5}{x^2+4x+3} dx.$ (0.4)

2. Lös begynnelsevärdesproblemen

a) $e^{2y}y' = x, \quad y(0) = 0,$ (0.4)

b) $xy' + 2y = 4 \ln x, \quad y(1) = 1.$ (0.6)

3. a) Beräkna arean av det begränsade område i första kvadranten som innesluts av kurvan $y = x^3$ och linjen $y = 2x$. (0.5)

b) Beräkna volymen av den kropp som genereras då området mellan x -axeln och kurvan

$$y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}, \quad 0 \leq x \leq \sqrt{3},$$

roterar kring x -axeln. (0.5)

4. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + 3y' + 2y = 4x - 6e^x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1. \quad (1.0)$$

5. a) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2) - x^2 e^{2x}}{x - \arctan x}. \quad (0.6)$$

b) Avgör om den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{x}{x^3 + \ln x} dx$$

är konvergent. (0.4)

VAR GOD VÄND!

6. Enligt Newtons avsvältningslag gäller att temperaturen hos en varm kropp i en kallare omgivning sjunker med en hastighet som är proportionell mot skillnaden i temperatur mellan kroppen och omgivningen.

En kropp med temperaturen $70\text{ }^\circ\text{C}$ lämnas i ett rum med den konstanta temperaturen $22\text{ }^\circ\text{C}$. Efter en halvtimme har kroppens temperatur sjunkit till $28\text{ }^\circ\text{C}$.

- a) Bestäm kroppens temperatur som funktion av tiden. (0.7)
- b) Hur många minuter tar det för att kroppens temperatur ska sjunka från $28\text{ }^\circ\text{C}$ till $25\text{ }^\circ\text{C}$? (0.3)

LYCKA TILL!