BIOSTATISTISK GRUNDKURS, MASB11, VT-19
ÖVNING 1, 2019-03-25 OCH ÖVNING 2, 2019-03-27 SAMT INFÖR ÖVNING 3

Övningarnas mål: Du ska

- förstå grundläggande begrepp om sannolikheter och händelser: komplementhändelse, additionssatsen och oberoende,
- förstå begreppet betingad sannolikhet och använda det i beräkningar.

De övningsuppgifter som ni ska arbeta med i kursen hämtas från Räkna med variation — ett arbetsmaterial i sannolikhetslära och statistisk inferens. De uppgifter som bara finns i digital form betecknas Dig:2.1_1, etc. De andra betecknas 2.1, etc. De digitala uppgifterna till övning 1 och 2 finns dessutom bifogade på detta blad.

1	Det viktigaste under första övningen är de sannolikhetslagar som finns beskrivna i avsnitt 3.4 i boken Biometri. Läs om additionssatsen på s. 58 och studera exempel 3.11. Gör uppgifterna Dig:2.1_1 och Dig:2.1_3 på bifogat blad. Illustrera gärna grafiskt m.h.a. ett Venndiagram.
2	Begreppet oberoende är viktigt — två händelser är oberoende om ”de inte påverkar varandra”. Den matematiska definitionen av oberoende anges på s. 62, studera den och det efterföljande exemplet 3.14. Gör uppgifterna Dig:2.1_4, 2.3 (celiaki) och 2.14 (operationskomplikation).
3	Ibland vet man att en viss händelse B har skett, vad är då sannolikheten för att A också kommer att ske? Man är då intresserad av den **betingade** sannolikheten för A givet B. Studera definitionen på s. 60 och efterföljande exempel 3.12. Gör uppgift 2.22 (kärlsjuka) i studiematerialet.
4	Ibland känner man den betingade sannolikheten $P(A \mid B)$ men vill ha den ”omvända” betingade sannolikheten $P(B \mid A)$. Studera den inringade Bayes sats på s. 63 för att se hur detta kan hanteras. Gör uppgift Dig:2.2_3 och Dig:2.2_5.
5	Om du hinner: Gör uppgift 2.7 (utsläpp i dal) för att träna mer på de grundläggande sannolikhetsreglerna.
6	Betingade sannolikheter är användbara bl.a. då man studerar tillförlitligheten av diagnostiska test som används för att avgöra om en patient har en viss sjukdom. Bayes sats (Bayes regel kallas den ibland) ser knepig ut men är användbar — som i det intressanta exemplet 3.16. Studera det, och gör sedan uppgift 2.39.
	Om du vill **träna mer** på detta avsnitt eller när du **repeterar** är följande uppgifter lämpliga att titta på: 2.5, 2.12, 2.27, och 2.33 i arbetsmaterialet.

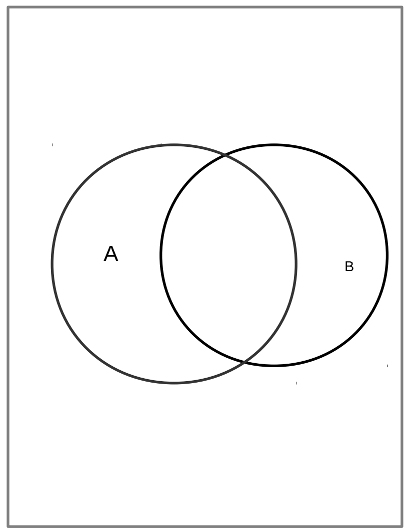
Inför föreläsning och övning 3 (2019-04-01): Aktuella avsnitt i boken är 4.1 och 4.2

A	Läs avsnitt 4.1 och observera skillnaden mellan slumpvariablerna X i de två exemplen: I exempel 4.1 är X en **diskret** slumpvariabel eftersom den antar ett ändligt (eller numrerbart) antal värden (i detta fall enbart heltalen 0 eller 1). I exempel 4.2 däremot kan X anta oändligt många värden (vikter) — X är då en **kontinuerlig** slumpvariabel.
B	I avsnitten 4.2.1–4.2.5 presenteras en rad viktiga begrepp — koncentrera dig vid en första genomläsning på att förstå sannolikhetsfunktion och väntevärde för en diskret slumpvariabel.
C	Avsnitten 4.2.6–4.2.9 behandlar några speciella ”standardfördelningar” — d.v.s. matematiska modeller som man av erfarenhet vet är användbara i olika sammanhang för att beskriva slumpmässiga fenomen. Vi kommer att främst koncentrera oss på binomialfördelningen och poissonfördelningen.

DIGITALA UPPGIFTER, grundläggande sannolikhetsteori

Dig:2.1_1 Låt A vara händelsen att en person är rökare och B att personen har diabetes. Markera i Venndiagrammet (FIGUR!)

(a) händelsen att personen är både rökare och har diabetes
(b) händelsen att personen är rökare men har inte diabetes
(c) händelsen att personen varken är rökare eller har diabetes



Dig:2.1_3 I en population är 20 % rökare och 10 % har diabetes. Man vet också att 5 % är både rökare och har diabetes. Beräkna sannolikheten att en slumpmässigt utvald person

(a) har minst en av egenskaperna ”rökare” och ”diabetiker”
(b) är rökare men inte diabetiker
(c) varken är rökare eller diabetiker

Dig:2.1_4 Du gör 2 oberoende kast med en symmetrisk tärning. Välj rätt alternativ för sannolikheterna

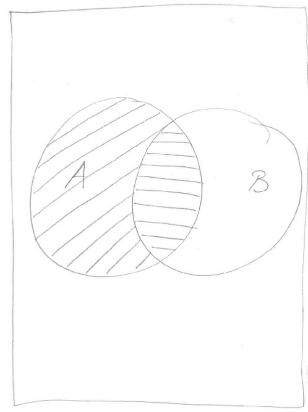
(a) P(sexor i båda kasten)
(b) P(sexa i första kastet och ej sexa i andra kastet)
(c) P(precis ett av kasten ger sexa)

Dig:2.2_3 I en population är 20 % rökare och 10 % har diabetes. 5 % är både rökare och har diabetes. Beräkna sannolikheten att

(a) en diabetiker är rökare
(b) en rökare är diabetiker

Dig:2.2_5 Vid ett alkoholtest vid en trafikkontroll noterar man att 1 % av förarna var alkoholpåverkade och att 60 % av de påverkade var kvinnor. Man noterar också att 30 % av de testade förarna var kvinnor. Beräkna sannolikheten att en kvinnlig förare är alkoholpåverkad.

LÖSNINGAR till digitala frågor



Dig:2.1_1 (a) Den area i figuren som är vågrätt streckad visar $A \cap B$

(b) Den area i figuren som är snedställt streckad visar $A \cap B^*$

(c) Den area i figuren som är utanför ringarna visar $A^* \cap B^* = (A \cup B)^*$

Dig:2.1_3 Låt A = en slumpmässigt vald person är rökare och B = en slumpmässigt vald person är diabetiker. Då gäller $P(\mathrm{A}) = 0.2$, $P(\mathrm{B}) = 0.1$ och $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0.05$.

(a) $P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B}) - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0.2 + 0.1 - 0.05 = 0.25$

(b) $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}^*) = P(\mathrm{A}) - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0.20 - 0.05 = 0.15$

(c) $P((\mathrm{A} \cup \mathrm{B})^*) = 1 - P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = 1 - 0.25 = 0.75$

Dig:2.1_4 Låt A_1 = första kastet ger sexa och A_2 = andra kastet ger sexa. Då är $P(\mathrm{A}_1) = P(\mathrm{A}_2) = \frac{1}{6}$ och $P(\mathrm{A}_1^*) = P(\mathrm{A}_2^*) = 1 - P(\mathrm{A}_1) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ villket ger

(a) $P(\mathrm{A}_1 \cap \mathrm{A}_2) = P(\mathrm{A}_1) \cdot P(\mathrm{A}_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$

(b) $P(\mathrm{A}_1 \cap \mathrm{A}_2^*) = P(\mathrm{A}_1) \cdot P(\mathrm{A}_2^*) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$

(c) $P((\mathrm{A}_1 \cap \mathrm{A}_2^*) \cup (\mathrm{A}_1^* \cap \mathrm{A}_2)) = P(\mathrm{A}_1 \cap \mathrm{A}_2^*) + P(\mathrm{A}_1^* \cap \mathrm{A}_2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = 2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$

Dig:2.2_3 Låt A = en slumpmässigt vald person är rökare och B = en slumpmässigt vald person är diabetiker. Då gäller $P(\mathrm{A}) = 0.2$, $P(\mathrm{B}) = 0.1$ och $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 0.05$.

(a) $P(\text{en diabetiker är rökare}) = P(\mathrm{A} \mid \mathrm{B}) = \frac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{B})} = \frac{0.05}{0.1} = 0.5$

(b) $P(\text{en rökare är diabetiker}) = P(\mathrm{B} \mid \mathrm{A}) = \frac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{A})} = \frac{0.05}{0.2} = 0.25$

Dig:2.2_5 Låt A = en förare är kvinna och B = en förare är alkoholpåverkad. Då är $P(\mathrm{B}) = 0.01$, $P(\mathrm{A} \mid \mathrm{B}) = 0.60$ och $P(\mathrm{A}) = 0.30$, Då får man att

$P(\mathrm{B} \mid \mathrm{A}) = \frac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{A})} = \frac{P(\mathrm{A} \mid \mathrm{B}) \cdot P(\mathrm{B})}{P(\mathrm{A})} = \frac{0.60 \cdot 0.01}{0.30} = 0.02$