Föreläsning 3
2019-04-01
Johan Swärd

Föreläsning 3

Repetition från förra föreläsningen.

* Kombinatorik.

  - På hur många sätt kan n unika element ordnas på?

    Svar: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n = n!$
    "n-fakultet"

  - På hur många sätt kan man välja ut k element ur totalt n element?

    Svar: $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ (utläses "n över k")

* Slumpvariabler (s.v.)

  - Diskreta: Ändligt antal eller oändligt uppräknerliga.

  - Kontinuerliga: Oändligt många värden i alla intervall

Repetition

* Diskreta slumpvariabler.
  - Sannolikhetsfunktion

    $$f_X(x) = P(X = x)$$

  - Fördelningsfunktion

    $$F_X(x) = P(X \le x) = \sum_{x_i \le x} f_X(x_i)$$

Demo i R

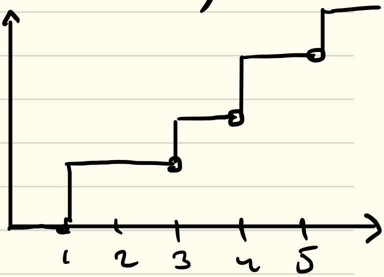
Repetition

Exempel: Para ihop $f(x)$ med $F(x)$

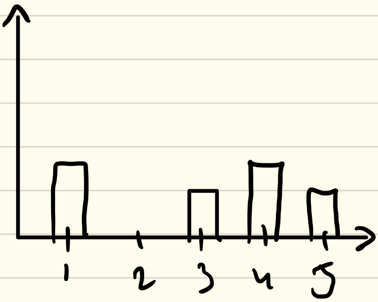
$f(x)$ $\qquad$ $F(x)$

(1)

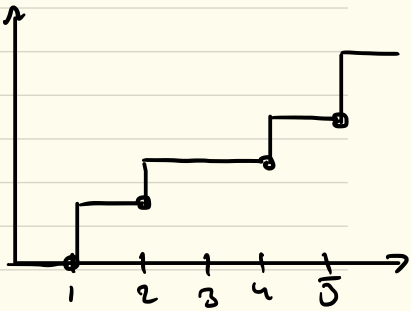
(A)



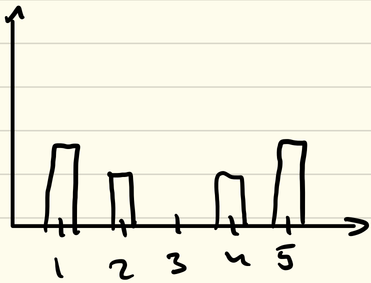
(2)



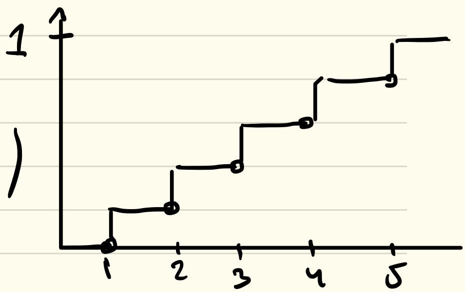
(B)



(3)



(C)



Repetition

* Två diskreta standardfördelningar.
  - Poissonfördelningen.

$X \in Po(\lambda)$

$$f_X(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

För att det ska vara en Poissonfördelning måste följande vara uppfyllt:

1) Det sker i snitt μ händelser per tidsenhet.

2) Antal händelser i icke överlappande intervall är oberoende

3) Två händelser kan ej hända exakt samtidigt

Repetition

Exempel: Poisson.

Jag får i snitt 60 spam-email i månaden. Kan jag använda modellen $X \sim Po(\lambda)$?

X = "Antal spam per timme"

1) Jag kan anta att intensiteten är konstant, dvs $\mu = 60$ spam/månad.

2) Spam kommer oberoende av varandra.

3) Två spam-mail kommer inte exakt samtidigt.

Uppfyller villkoren!

$$\lambda = \underbrace{60}_{\mu} \cdot \underbrace{\frac{1}{30 \cdot 24}}_{t/\text{månad}} \left(\frac{\text{spam}}{\text{timm}}\right) = \frac{1}{12} \text{ spam/timme}$$

Repetition

Om nu X = "Antal spam per timme"

och vi har $X \in Po\left(\frac{1}{12}\right)$. Vad är då

P("Att få 3 spam-mail på ett dygn")?

Repetition

Om nu X = "Antal spam per timme"

och vi har $X \in Po(\frac{1}{12})$. Vad är då

P("Att få minst 3 spam-mail på ett dygn")?

Lösning:

$1/12$ spam/timme $\rightarrow$ $24 \cdot 1/12$ spam/dygn

$= 2$ spam/dygn.

Om Y = "Antal spam/dygn" $\in Po(2)$

dvs. $\lambda = 2$.

P("Att få minst 3 spam-mail på ett dygn") $= P(Y \geq 3)$

$= 1 - P(Y \leq 2) = 1 - F_Y(2) \underset{[\text{tabell}]}{=} 1 - 0.677 = 0.333.$

Svar: Sannolikheten att få minst 3 spam mail på ett dygn är 0.333

Repetition

- Binomialfördelningen.

$$X \in Bin(n, p)$$

$$f_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Binomialfördelningen uppstår då man gör n oberoende försök och räknar antalet som "lyckades"

Exempel:

A = " Mål vid straffspark "

n = "antal straffar"

$P(A) = p$

X = "antal mål vid n straffar"

$$X \sim Bin(n, p).$$

Repetition

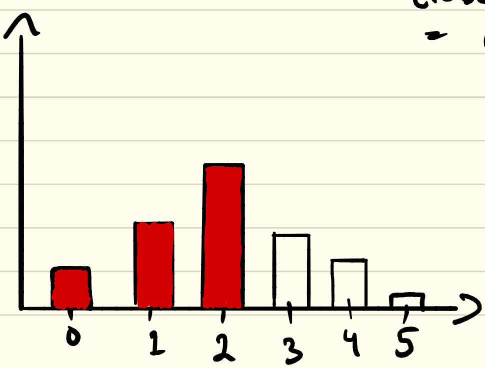
Exempel: Sannolikheten att Christiano Ronaldo missar en straff när han spelar för det Portugisiska landslaget är 40%. Antag att han i nästa EM slår 5 straffar. Vad är sannolikheten att han missar högst 2 straffar? Antag att han slår dem oberoende av varandra.

Repetition

Exempel: Sannolikheten att Christiano Ronaldo missar en straff när han spelar för det Portugisiska landslaget är 40%. Antag att han i nästa EM slår 5 straffar. Vad är sannolikheten att han missar högst 2 straffar? Antag att han slår dem oberoende av varandra.

Lösning: X = "Antal missade straffar"

$X \in \text{Bin}(5, 0.4)$, $\quad P(X \leq 2) = F_X(2) \underset{[\text{tabell}]}{=} 0.6826$



Repetition

* Väntevärde.

$$\boxed{\mu = E[X] = \sum_{\text{alla } x} x \cdot f_X(x)}$$

Exempel: Tärningskast.

X = "Antal prickar"

$$E[X] = \sum_{x=1}^{6} x \cdot f_X(x) = \sum_{x=1}^{6} x \cdot \frac{1}{6}$$

$$= (1+2+3+4+5+6)/6 = 3.5$$

* Standardavvikelse och varians.

$$\boxed{\begin{aligned} Var(X) &= E[(X - E[X])^2] = E[(X-\mu)^2] = \\ &= \sum_{\text{alla } x} (x-\mu)^2 f_X(x) \end{aligned}}$$

Standardavvikelsen är $\sqrt{Var(X)}$.

Repetition

Exempel: Krona / klave.

Antag att vi har ett symmetriskt mynt. Du får +1 poäng när det blir krona och -1 poäng när det är klave.

X = "Poäng vid ett spel"

$E[X]$? $V[X]$?

Repetition

Exempel: Krona / klave.

Antag att vi har ett symmetriskt mynt. Du får +1 poäng när det blir krona och −1 poäng när det är klave.

X = "Poäng vid ett spel"

$E[X]$? $V[X]$?

Svar:

$$E[X] = \sum_{\text{alla } x} x\, f(x) = 1 \cdot \frac{1}{2} + (-1) \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$V[X] = \sum_{\text{alla } x} (x - E[x])^2 f(x) = 1^2 \frac{1}{2} + (-1)^2 \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1.$$

Repetition

* Vad är väntevärdet av en Poisson-fördelad slumpvariabel? (överkurs)

$X \in Po(\lambda) \qquad f_X(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$

$$E[X] = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = \sum_{x=1}^{\infty} x \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

$$= \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^x}{(x-1)!} e^{-\lambda} = e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^x}{(x-1)!}$$

$$= \lambda e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!}$$

$$\left[\sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{\lambda} \right]$$

$$= \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} = \underline{\underline{\lambda}}$$

Repetition

* Vad är väntevärdet av en binomial-fördelad slumpvariabel? (överkurs)

$$X \in Bin(n,p) \quad , \quad f_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$E[X] = \sum_{x=0}^{n} \binom{n}{x} x \, p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= \sum_{x=1}^{n} \binom{n}{x} x \, p^x (1-p)^{n-x} = \sum_{x=1}^{n} \frac{n!}{x!(n-x)!} x \, p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= n \sum_{x=1}^{n} \underbrace{\frac{(n-1)!}{(x-1)!(n-1-(x-1))!}}_{\binom{n-1}{x-1}} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= n \sum_{x=1}^{n} \binom{n-1}{x-1} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$= pn \sum_{x=1}^{n} \binom{n-1}{x-1} p^{x-1} (1-p)^{n-1-(x-1)} = \left[\begin{array}{l} \text{låt } m = n-1 \\ \text{och } y = x-1 \end{array} \right]$$

$$= pn \underbrace{\sum_{y=0}^{m} \binom{m}{y} p^y (1-p)^{m-y}}_{=1} = \underline{\underline{np}}$$

Dagens lektion

* Kontinuerliga slumpvariabler.
* Normalfördelningen.

Kontinuerliga slumpvariabler

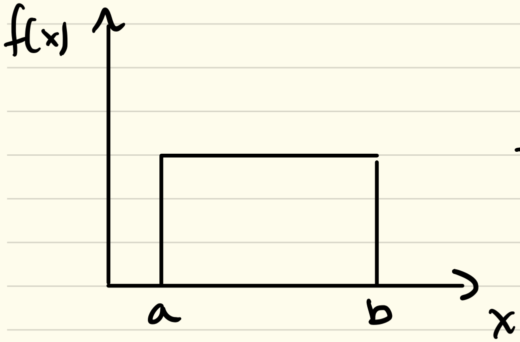
* Kontinuerliga slumpvariabler antar oändligt många värden. Det betyder att $P(X = x) = 0$

* För kontinuerliga slumpvariabler studerar man istället intervall: $P(a \leq X \leq b)$.

* Fördelningen av X beskrivs av en täthetsfunktion, $f(x) \geq 0$.

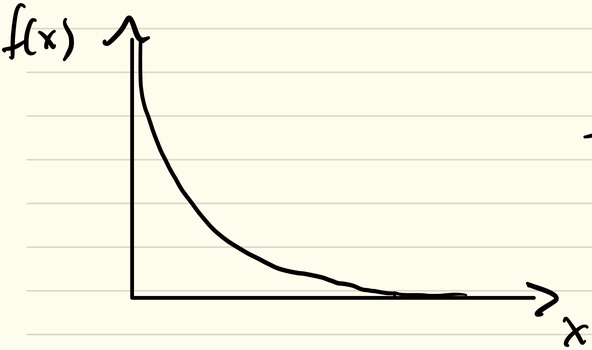
Kontinuertiga slumpvariabler

Exempel:



Rektangelfördelningen.

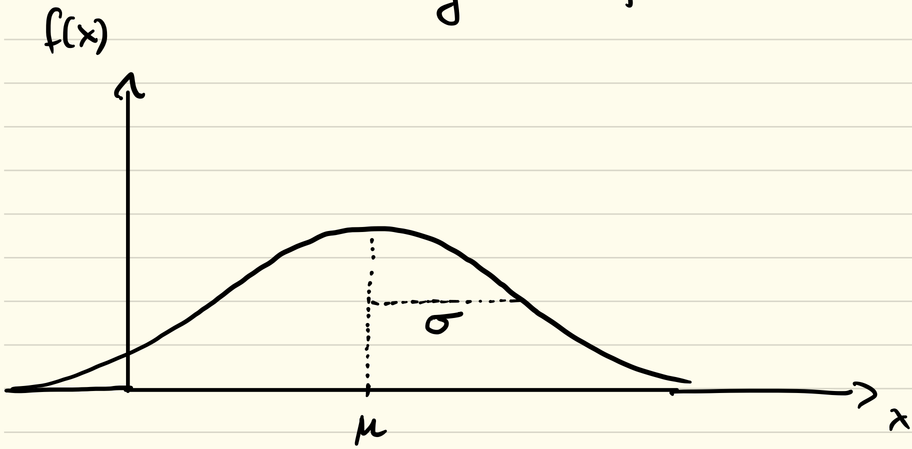
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & , \ a \leq x \leq b. \\ 0 & , \ \text{anners} \end{cases}$$



Exponetialfördelningen:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \ x \geq 0 \\ 0 & , \ \text{anners} \end{cases}$$

Kontinuerliga slumpvariabler



Normalfördelningen:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad , \text{ alla } x.$$

---

* Sannolikheter motsvaras av areor.
* Totala arean under täthetsfunktionen är <u>alltid</u> 1.

$$\boxed{F(a) = P(X \le a) = \text{"arean till vänster om a"} = \int_{-\infty}^{a} f(x)\,dx.}$$

Kontinuerliga slumpvariabler

Exempel:

$$f(x) = \frac{1}{10} \quad , 0 \leq x \leq 10$$

$P(X \leq 7)$?

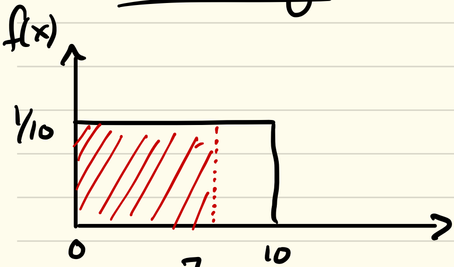
Kontinuerliga slumpvariabler

Exempel:

$$f(x) = \frac{1}{10}, \quad 0 \le x \le 10$$

$$P(X \le 7)\ ?$$

Lösning:



$$F(7) = \int_{-\infty}^{7} f(x)\,dx$$

$$= \int_{0}^{7} f(x)\,dx = \int_{0}^{7} \frac{1}{10}\,dx = \left[\frac{x}{10}\right]_{x=0}^{7}$$

$$= \frac{7-0}{10} = \frac{7}{10}.$$

Kontinuerliga slumpvariabler

Exempel:

$$f(x) = \frac{1}{10} \quad , 0 \leq x \leq 10$$

$$P(X \geq 7) \; ?$$

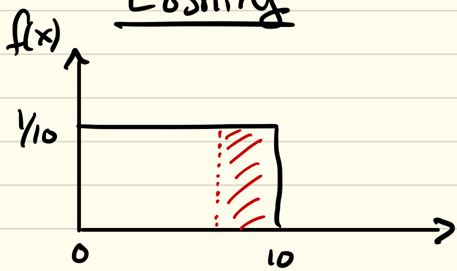
Kontinuerliga slumpvariabler

Exempel:

$$f(x) = \frac{1}{10}, \quad 0 \le x \le 10$$

$$P(X \ge 7)\ ?$$

Lösning



Antingen:

$$\int_{7}^{10} \frac{1}{10}\, dx = \left[\frac{x}{10}\right]_{x=7}^{10} = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

Eller $1 - F(7) = 1 - 0.7 = 0.3$

Det betyder att för kontinuerliga slumpvariabler

$$P(X \ge x) = 1 - P(X \le x)$$

OBS! Gäller ej för diskreta!

Kontinuerliga slumpvariabler

Exempel:

$$f(x) = \frac{3}{2} e^{-\frac{3}{2}x} \quad , \quad x \geq 0$$

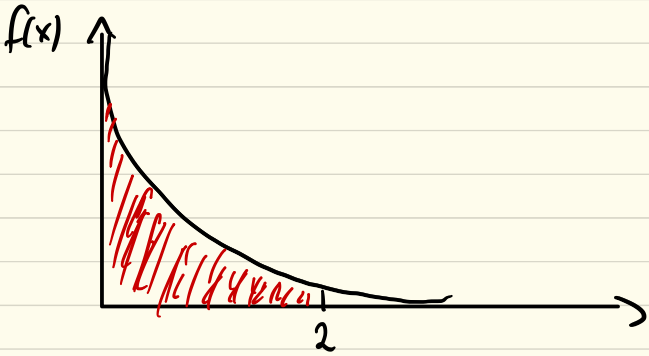
$P(\underline{X} \leq 2)$?

Kontinuerliga slumpvariabler

Exempel:

$$f(x) = \frac{3}{2} e^{-\frac{3}{2}x} \quad , \quad x \geq 0$$

$P(X \leq 2)$?



$$F(2) = \int_{-\infty}^{2} f(x)\,dx = \int_{0}^{2} f(x)\,dx = \int_{0}^{2} \frac{3}{2} e^{-\frac{3}{2}x}\,dx$$

$$= \left[-e^{-\frac{3}{2}x} \right]_{x=0}^{2} = 1 - e^{-3} \approx 0.95$$

Kontinuerliga slumpvariabler

* Kom ihåg att $F(\infty) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$ och att $f(x) \geq 0$ för alla x.

* Jämfört med diskreta s.v så använder vi nu integraler istället för summor för att beräkna $F(x)$.

* Väntevärdet blir nu:

$$\mu = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx$$

* Variansen blir:

$$\sigma^2 = Var[X] = E[(X - E[X])^2]$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x)\,dx.$$

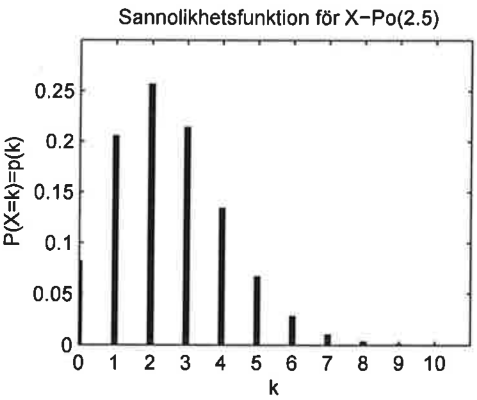
Lunds universitet Matematikcentrum Matematisk statistik

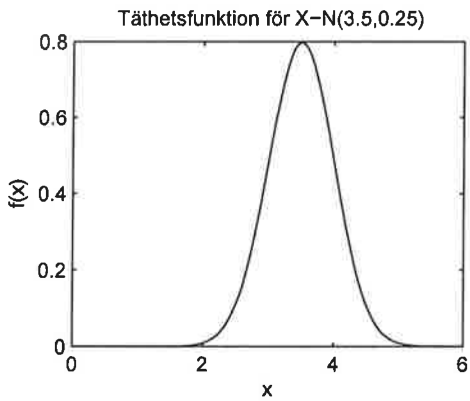
BIOSTATISTISK GRUNDKURS, MASB11
OH-BILDER 2011-03-23

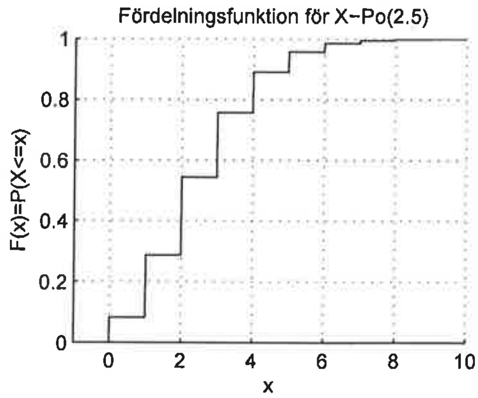
	X diskret	**X kontinuerlig**
Sannolikhetsfördelning	$f(x) = P(X = x)$	$f(x)$ **(täthetsfunktion)**
Fördelningsfunktion $F(x) = P(X \leq x)$	$F(x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i)$	$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$
Väntevärde $\mathbf{E(X)}=\mu$	$E(X) = \sum_{\text{alla x}} x \cdot f(x)$	$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x)dx$

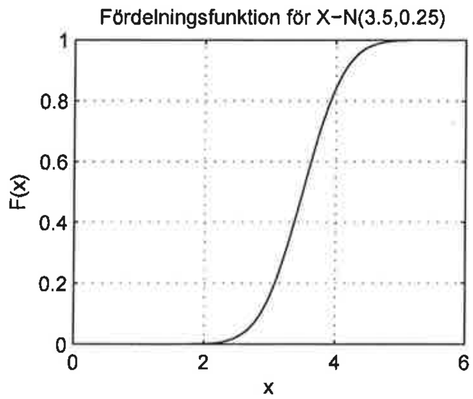
Varians $Var(X) = \sigma^2 = E[(X - \mu)^2]$
"förväntad kvadratisk avvikelse från väntevärdet"

Standardavvikelse $D(X) = \sigma = \sqrt{Var(X)}$

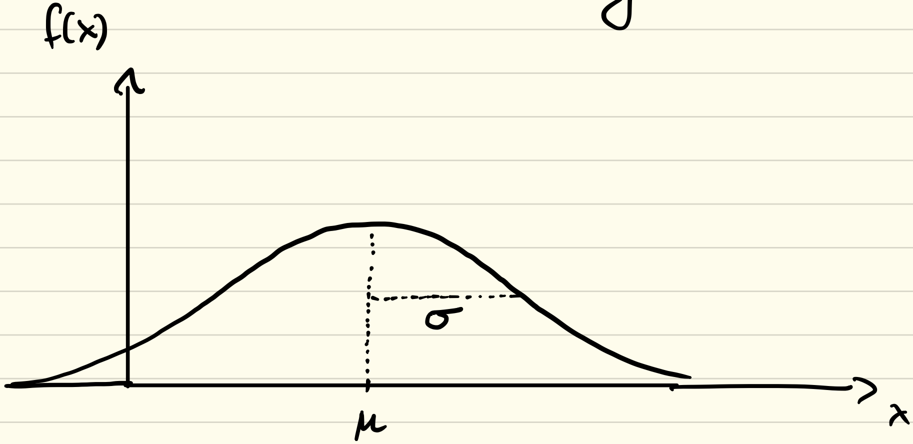








Normalfördelningen



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{alla } x.$$

Betecknas $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

μ - väntevärdet.

σ - standardavvikelsen.

σ^2 - variansen.

normalcdf(a, b, μ, σ) betyder

$P(a \leq X \leq b)$ där $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Normalfördelningen

* Normalfördelningen är otroligt användbar och uppkommer ofta då man vill beskriva olika naturliga fenomen.

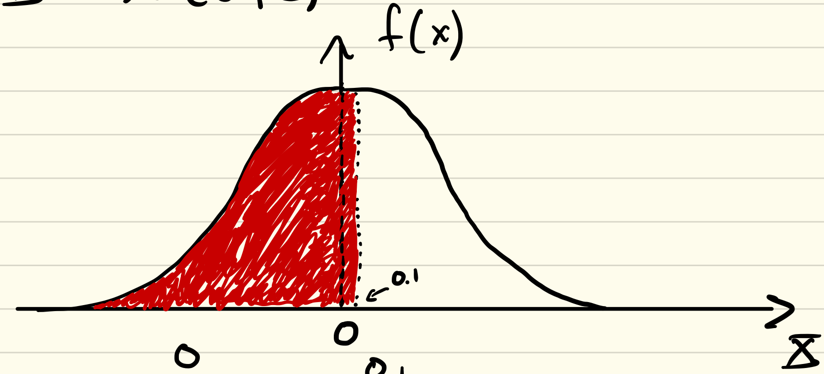
* Den är också väldigt användbar eftersom (vilket vi ska se nästa föreläsning) summor av oberoende och likafördelade slumpvariabler är normalfördelade.

* Hur räknar man ut sannolikheter när slumpvariablen är normalfördelad?

Normalfördelningen

Antag följande:

$X \sim N(0,1)$



$$P(X \leq 0.1) = F(0.1) = \int_{-\infty}^{0.1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

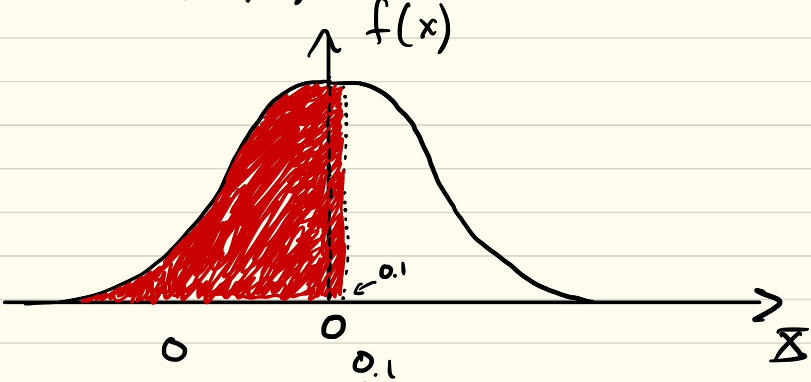
Med $\mu = 0$ och $\sigma = 1$ vi får

$$F(0.1) = \int_{-\infty}^{0.1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Normalfördelningen

Antag följande:

$X \sim N(0,1)$



$$P(X \le 0.1) = F(0.1) = \int_{-\infty}^{0.1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Med $\mu=0$ och $\sigma=1$ vi får

$$F(0.1) = \int_{-\infty}^{0.1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

Slutsats: USCH VAD JOBBIGT!

Normalfördelningen

* Istället för att räkna integralen (vilken saknar ett slutet uttryck för primitiven) så kan vi andvända tabeller eller miniräknare/dator.

$$F(0.1) = \int_{-\infty}^{0.1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx = \Phi(0.1)$$

$$\overset{\text{Tabell}}{=} 0.5398$$

* Vi har alltså en tabell för när $X \in N(0,1)$

Men vad händer när $X \in N(3,14)$?

Finns det en tabell för varje $N(\mu, \sigma^2)$?

Normalfördelningen

* Men $\mu \in \mathbb{R}$ och $\sigma^2 > 0$
  så det finns oändligt många normalfördelningar! Då måste vi också ha oändligt många tabeller!

Normalfördelningen

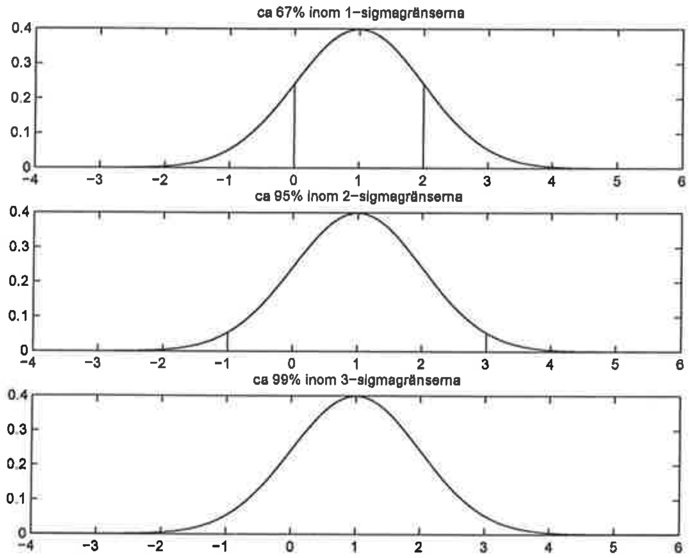
* Men $\mu \in \mathbb{R}$ och $\sigma^2 > 0$
så det finns oändligt många
normalfördelningar! Då måste vi
också ha oändligt många tabeller!

Behövs ej! Vi kan

STANDARDISERA!!!

$$N(\mu, \sigma^2) \longrightarrow N(0,1)$$

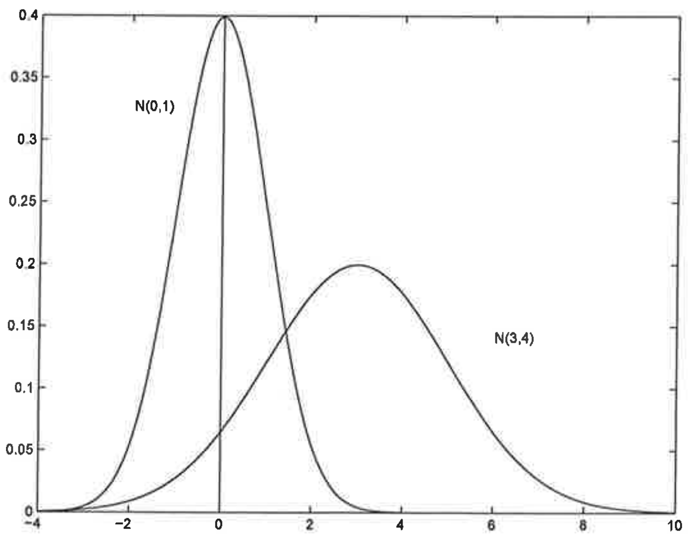
NORMALFÖRDELNINGEN, $X \in N(\mu, \sigma^2)$. För alla värden på μ och σ gäller:



$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0.67$$
$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 0.95$$
$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 0.99$$

STANDARDISERING av normalfördelning:

$$\mathrm{X} \sim \mathrm{N}(\mu,\ \sigma^2) \iff Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \sim \mathrm{N}(0,1)$$

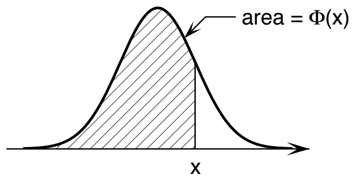


Tabeller

Tabell 1. Standardiserad normalfördelning

$\Phi(x) = P(X \leq x)$ där $X \in N(0,1)$

För negativa värden, utnyttja att $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$

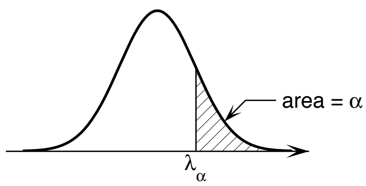


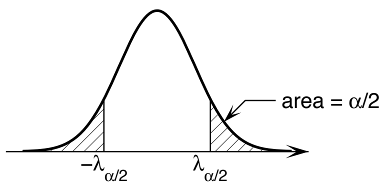
x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	.99010	.99036	.99061	.99086	.99111	.99134	.99158
2.4	.99180	.99202	.99224	.99245	.99266	.99286	.99305	.99324	.99343	.99361
2.5	.99379	.99396	.99413	.99430	.99446	.99461	.99477	.99492	.99506	.99520
2.6	.99534	.99547	.99560	.99573	.99585	.99598	.99609	.99621	.99632	.99643
2.7	.99653	.99664	.99674	.99683	.99693	.99702	.99711	.99720	.99728	.99736
2.8	.99744	.99752	.99760	.99767	.99774	.99781	.99788	.99795	.99801	.99807
2.9	.99813	.99819	.99825	.99831	.99836	.99841	.99846	.99851	.99856	.99861
3.0	.99865									
3.1	.99903									
3.2	.99931									
3.3	.99952									
3.4	.99966									
3.5	.99977									
3.6	.99984									
3.7	.99989									
3.8	.99993									
3.9	.99995									
4.0	.99997									

Tabell 2. Normalfördelningens kvantiler

$P(X > \lambda_\alpha) = \alpha$ där $X \in N(0,1)$

α	λ_α	α	λ_α
0.1	1.2816	0.001	3.0902
0.05	1.6449	0.0005	3.2905
0.025	1.9600	0.0001	3.7190
0.01	2.3263	0.00005	3.8906
0.005	2.5758	0.00001	4.2649





Normalfördelningen

Exempel: (3.85)

Låt $X \sim N(5,2)$. Beräkna

a) $P(X \leq 6.24)$

Normalfördelningen

Exempel: (3.85)

Låt $X \sim N(5,2)$. Beräkna

a) $P(X \leq 6.24)$

Lösning:

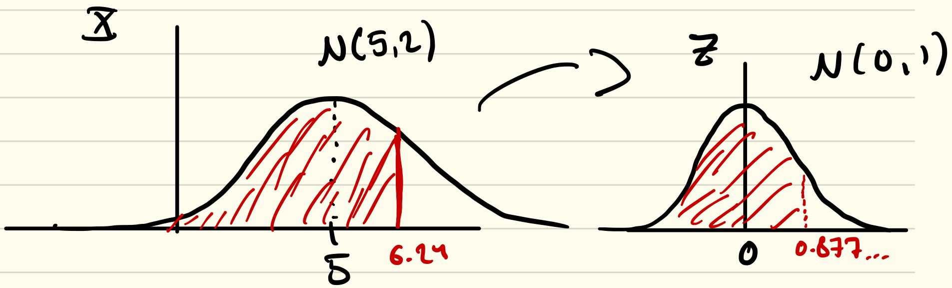
Standardisera!

$$P(X \leq 6.24) = P\left(\frac{X-5}{\sqrt{2}} \leq \frac{6.24-5}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= P\left(Z \leq \frac{1.24}{\sqrt{2}}\right) = \Phi\Big(\underbrace{\frac{1.24}{\sqrt{2}}}_{\approx 0.877}\Big) \approx 0.81$$

$Z \in N(0,1)$

Tabell.



Normalfördelningen

Exempel: (3.85)

Låt $\underline{X} \sim N(5, 2)$. Beräkna

b) $P(\underline{X} \geq 0)$

Normalfördelningen

Exempel: (3.85)

Låt $X \sim N(5,2)$. Beräkna

b) $P(X \geq 0)$

Lösning:

$$P(X \geq 0) = 1 - P(X \leq 0)$$

Standardisera!

$$= 1 - P\left(\frac{X-5}{\sqrt{2}} \leq \frac{-5}{\sqrt{2}}\right)$$

$Z \in N(0,1)$

$$= 1 - P\left(Z \leq -\frac{5}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= 1 - \Phi\left(-\frac{5}{\sqrt{2}}\right) = 1 - \left(1 - \Phi\left(\frac{5}{\sqrt{2}}\right)\right)$$

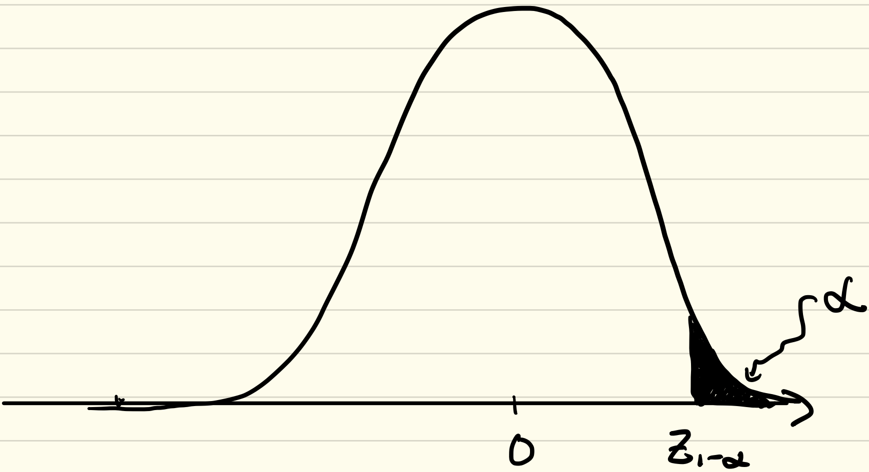
$$= 0.9998$$

Tabell

(* Normalfördelningen är symmetrisk:
$F(x) = 1 - F(-x)$)

Normalkvantil

* En annan viktig sak att kunna är kvantiler.



$Z \sim N(0,1)$

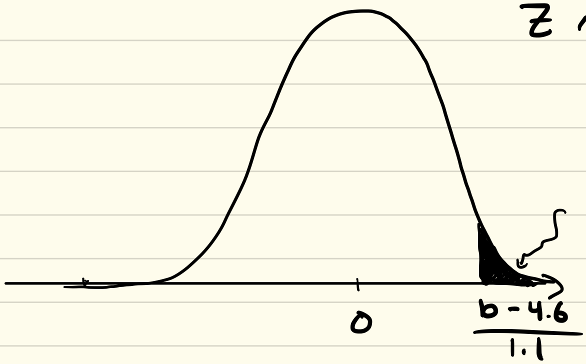
$P(Z \leq z_{1-\alpha}) = 1-\alpha$, dvs $P(Z > z_{1-\alpha}) = \alpha$.

Normalkvantil

Exempel: $\bar{X} \sim N(4{,}6;\ 1.1^2)$

$P(\bar{X} > b) = 0.05$

$Z \sim N(0,1)$



Från tabell får vi nu att $\frac{b-4.6}{1.1} = z_{1-0.05} \approx 1.645$

$\Rightarrow \quad b = 1.645 \cdot 1.1 + 4.6 = \underline{\underline{6.41}}$

Tenta-uppgift

5p/100p

Vikten hos en alpin skidåkare med utrustning anses normalfördelad med väntevärde 80 kg och varians 36 kg^2. Skidåkaren Eva åker ensam i korbinen. Vad är sannolikheten att hennes vikt överstiger 90 kg?

Extrauppgifter (Tavlan)

1. Låt $X \in N(0,1)$. Bestäm

a) $P(X \leq 1.82)$

b) $P(X \leq -0.35)$

c) $P(-1.2 < X < 0.5)$

d) a så att $P(X > a) = 5\%$.

2. Låt $X \in N(5,2)$. Bestäm

a) $P(X \leq 6)$

b) $P(1.8 < X < 7.2)$

c) a så att $P(X \leq a) = 0.05$.