

Korrekt och väl motiverad lösning på uppgifterna 1–5 ger 10 poäng vardera medan delfrågorna på uppgift 6 ger 4 poäng vardera. Totalt kan man få 70 poäng. Gränsen för godkänd är 35 poäng, dock finns det vissa minimikrav på uppgifterna 1–5 (18p) respektive uppgift 6 (7p).

Institutionens papper används både som kladdpapper och inskrivningspapper. Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas.

Tillåtna hjälpmedel: Matematiska och statistiska tabeller som ej innehåller statistiska formler, formelsamling matematisk statistik för bio- och kemitekniker, samt miniräknare.

Resultatet förs in i LADOK senast måndag den 13 november.

Redovisa införda beteckningar; ange modeller, approximationer, hypoteser och slutsatser. Motivera alla antagande.

Skriv anonymkoden och identifierare (eller presonummer och namn) på omslaget och SAMTLIGA inlämnade papper.

West of Arkham the hills rise wild, and there are valleys with deep woods that no axe has ever cut. . . . Something terrible came to the hills and valleys on that meteor, and something terrible — though I know not in what proportion — still remains.

— H. P. Lovecraft (amerikansk skräckförfattare)

1. Monster dyker upp i staden Arkham oberoende av varandra. Antalet monster per dag följer en Poissonfördelning med väntevärde $\lambda = 0.2$ under vardagarna och $\lambda = 0.1$ under helgdagarna.

(a) Vad är fördelningen för antalet monster under en vecka (5 vardagar och 2 helgdagar)? (5p)

(b) Vad är sannolikheten att det, under en vecka, kommer minst ett monster? (5p)

2. Efter händelserna i hamnstaden Innsmouth behövde Arkhams sanatorium (sjukhus) behandla ett stort antal patienter som påverkats av de mystiska händelserna. Doktor Carolyn Fern bestämmer sig för att undersöka om patienter som tvingades övernatta i Innsmouth (efter att ha missat sista bussen till Arkham) är värre drabbad än patienter som inte övernattade.

Carolyn bedömer ett antal patienters sinnesnärvaro på en 0–100 skala (100: helt frisk; 0: fullständigt förvirrad). Om x_i betecknar patienter som inte övernattat och y_j patienter som övernattat fås:

$$\begin{array}{lll} \bar{x} = 69 & s_x^2 = 23 & n_x = 8 \\ \bar{y} = 58 & s_y^2 = 27 & n_y = 5 \end{array}$$

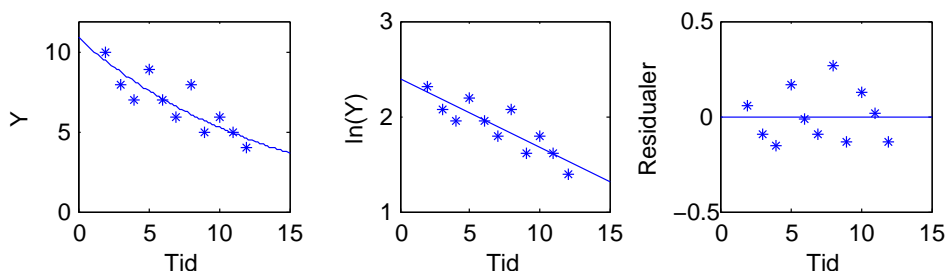
Hjälp Carolyn att formulera en lämplig modell och avgöra (på signifikansnivån 5%) om övernattandet haft en negativ effekt på patienters sinnesnärvaro. Observationerna kan antas vara oberoende och normalfördelade med samma varians. (10p)

3. Efter meteoritnedslaget väster om Arkham rapporterades ett stort antal övernaturliga händelser. Forskare vid Miskatonic University bestämmer sig för att undersöka långtidseffekterna av nedslaget. Under 11 år (med start 2 år efter nedslaget) samlas information om antalet underliga händelser. Antalet händelser per år, y_i , modelleras som beroende på tiden (i år), t_i , sedan nedslaget enligt:

$$\ln y_i = a + b \cdot t_i + \varepsilon_i \quad \varepsilon_i \in N(0, \sigma^2) \text{ och oberoende.}$$

Följande värden och figurer erhöles:

$$n = 11 \quad \bar{t} = 7 \quad a^* = 2.39 \quad b^* = -0.072 \quad s = 0.148 \quad S_{tt} = 110$$



- (a) Tolka parametrarna a och b i modellen. (2p)
- (b) Avgör, på signifikansnivå 5%, om antalet underliga händelser avtar med tiden. (2p)
- (c) Konstruera ett 95%-intervall för det förväntade antalet underliga händelser precis efter nedslaget (d.v.s. vid $t = 0$). (3p)
- (d) Använd modellen ovan för att avgöra hur lång tid det tar från ett meteoritnedslag tills antalet underliga händelser återgår till traktens "normal"-nivån om 1 händelse per år (ange ett lämpligt 95%-intervall). (3p)
4. Alla utomvärldsliga besökare har efterlämnat en stor mängd slem på gatorna i Arkham. Sheriff Engle ger därför nyanställda Tommy Muldoon i uppdrag att lista ut bästa sättet att göra sig av med allt slem. Tommy bestämmer sig för undersöka effekten (kg borttaget slem) av vatten blandat med etanol och/eller klor. Varje kombination testas på 4 olika, representativa, områden och Tommy samlar ihop sin data:

Faktorer		Skattningar	
Etanol	Klor	Medelvärde	Varians
Nej	Nej	$\mu_{11}^* = 2.8$	$s_{11}^2 = 1.81$
Ja	Nej	$\mu_{21}^* = 4.2$	$s_{21}^2 = 1.52$
Nej	Ja	$\mu_{12}^* = 1.0$	$s_{12}^2 = 1.93$
Ja	Ja	$\mu_{22}^* = 4.4$	$s_{22}^2 = 1.47$

Hjälp Tommy att göra en ordentlig statistisk analys av experimentet för att bestämma vilken blandning han ska rekommendera. Redovisa noga modeller och antagande. (10p)

5. Antalet monster som observeras per månad i Arkham och Dunwich kan antas vara oberoende och Poissonfördelat; Under **12** månader observerades **30** monster. Rykten gör gällande att något ovanligt händer i grannstaden Dunwich. Under **6** månaderna observerade Henry Armitage **31** monster (innan han fick fly Dunwich).
- (a) Skatta monsterfrekvensen (monster per månad) i Arkham respektive Dunwich (2p)
- (b) Vilka approximativa fördelningar har skattningarna i (a)? (4p)
- (c) Undersök, med lämpliga antagande och approximationer, om monsterfrekvensen är högre i Dunwich än i Arkham (på signifikansnivån 1%). (4p)

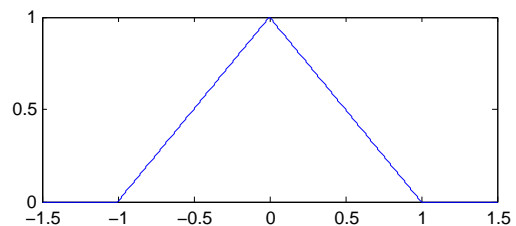
6. Teorifrågor. Ge koncisa svar på nedanstående frågor.

- (a) Antag att X och Y är oberoende stokastiska variabler med $X \in N(0, 2^2)$ och $Y \in N(1, 3^2)$. Bestäm fördelningen för $Z = 4X - 5Y + 2$. (4p)
- (b) Antag att X är en kontinuerlig stokastisk variabel med täthetsfunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} 1 + x, & -1 < x \leq 0 \\ 1 - x, & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

Bestäm $E(X)$ och $V(X)$.

(4p)



- (c) Ljudhastigheten mäts i upprepade experiment och medelvärdet av mätningarna beräknas till $\mu^* = \bar{x} = 345$ m/s. Osäkerheten i mätningarna är känd, $\sigma = 3.5$. Hur många mätningar måste man göra för att erhålla ett tvåsidigt, 95%-konfidensintervall som är högst 2 enheter brett? (4p)
- (d) För att undersöka om en tärning är viktad räknas antalet 6:or efter n tärningsslag. För en rättvis tärning borde sannolikheten att slå en 6:a vara $p = 1/6$ och det är relevant att testa $H_0 : p = 1/6$ mot $H_1 : p > 1/6$. Kate bestämmer sig för ett test-protokoll där tärningen slås 10 gånger och H_0 förkastas vid 5 eller fler 6:or. Vad är testets signifikansnivå? (4p)
- (e) Under lämpliga normalfördelningsantaganden utförs ett ensidigt hypotestest $H_0: \mu = -4$ mot $H_1: \mu > -4$ på signifikansnivån $\alpha = 0.05$.
- Hur förhåller sig styrkan i $\mu = -10$, $\mu = -4$ och $\mu = 10$ till α (större, mindre, lika)? Varför? (2p)
 - Hur påverkas styrkan i $\mu = 10$ om mätfelet, σ , **minskar**? (2p)

LYCKA TILL!