

Korrekt och väl motiverad lösning på uppgifterna 1–5 ger 10 poäng vardera medan delfrågorna på uppgift 6 ger 4 poäng vardera. Totalt kan man få 70 poäng. Gränsen för godkänd är 35 poäng, dock finns det vissa minimikrav på uppgifterna 1–5 (18p) respektive uppgift 6 (7p).

Institutionens papper används både som kladdpapper och inskrivningspapper. Varje lösning skall börja överst på nytt papper. Rödpenna får ej användas.

Tillåtna hjälpmedel: Matematiska och statistiska tabeller som ej innehåller statistiska formler, formelsamling matematisk statistik för bio- och kemitekniker, samt miniräknare.

**Resultatet anslås senast måndag den 4 september i matematikhusets entréhall.**

1. Vid en trottoar skall sättas kantstenar vilkas längd ( $i$  meter) kan anses vara likafördelade och oberoende slumpvariabler med väntevärdet 0.5 och standardavvikelsen 0.06. Stensättaren hinner under en dag med 100 stenar. Bestäm approximativt sannolikheten att den sammanlagda längden av dessa stenar överstiger 49 meter. (10p)
2. Biodiesel kan tillverkas från vegetabilisk olja genom transesterifiering; en process där oljorna blandas med alkohol (metanol eller etanol) och reaktionen katalyseras av en lämplig bas eller syra (tex Natriumhydroxid). För att undersöka effekten av temperatur och katalysatorns koncentration mäts mängden producerad biodiesel i ett  $2^2$ -faktor försök. För varje faktorkombination gjordes 2 försök och följande värden erhöles.

Faktorer		Medelvärde	Varians
Temp.	Konc.		
25	0.5	$\mu_{11}^* = 86.0$	$s_{11}^2 = 2.29$
65	0.5	$\mu_{21}^* = 98.1$	$s_{21}^2 = 1.52$
25	1.5	$\mu_{12}^* = 99.7$	$s_{12}^2 = 2.37$
65	1.5	$\mu_{22}^* = 100.0$	$s_{22}^2 = 1.30$

- (a) Skatta huvud- och samspelseffekter. (3p)
  - (b) Avgör under lämpliga antagande om oberoende och normalfördelning, vilka av effekter som är signifikanta på 5%-nivån? (5p)
  - (c) Ge en konkret tolkning av samspelseffekten. (2p)
3. På två olika fiskarter i Mississippifloden mättes mängden kvicksilver (ppm) hos 5 respektive 6 exemplar av arterna.

Fiskart 1: 2.35 2.44 2.70 2.48 2.44

Fiskart 2: 2.06 1.93 2.12 2.16 1.89 1.95

Eftersom de studerade fiskarna har ungefär samma vikt och eftersom samma mätinstrument används vid alla mätningar antas följande modell: De  $n_i$  mätningarna på fiskart  $i$ ,  $x_{i1}, \dots, x_{in_i}$ , är observationer från  $N(\mu_i, \sigma^2)$ .

- (a) Skatta  $\sigma^2$ . (3p)
- (b) Gör ett 95% konfidensintervall för medelmängden kvicksilver i fiskart 1. (Ledning: Man vill även utnyttja mätningarna från fiskart 2.) (4p)
- (c) På en tredje fiskart kunde man endast fånga ett exemplar så endast en kvicksilvermätning, 3.13 (ppm), kunde noteras. Gör ett 95% konfidensintervall för medelmängd kvicksilver hos denna fiskart. (3p)

4. Antalet jordskalv under ett år i ett område anses vara poissonfördelat med parameter  $\mu$ , dvs om  $X =$  "antalet jordskalv under ett år" gäller  $X \in Po(\mu)$ .
- (a) Gör en konkret tolkning av parametern  $\mu$ . (2p)
- (b) Antag att  $\mu = 2.6$ . Hur stor är sannolikheten för högst 2 jordskalv under ett år? (4p)
- (c) Under en femårsperiod uppmättes årligen 5, 3, 4, 4 respektive 5 jordskalv i området. Tyder detta på att  $\mu$  i själva verket är större än 2.6? (4p)

5. För att undersök olika jordarters förmåga att ta upp Fosfor (relevant vid dosering av konstgödsel) mäts upptagningsförmågan hos 14 olika jordprov. Upptagningsförmågan ( $\mu\text{mol g}^{-1}$ ) modellerades sedan som en funktion av Aluminiumhalten,  $x_1$  ( $\mu\text{mol g}^{-1}$ ), och Järnhalten,  $x_2$  ( $\mu\text{mol g}^{-1}$ ), i jorden:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, 14, \quad \varepsilon_i \in N(0, \sigma^2).$$

Följande matriser har beräknats från de 14 observationerna:

$$(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 2.46 \cdot 10^{-1} & -2.37 \cdot 10^{-3} & -8.26 \cdot 10^{-4} \\ -2.37 \cdot 10^{-3} & 3.82 \cdot 10^{-5} & -4.45 \cdot 10^{-6} \\ -8.26 \cdot 10^{-4} & -4.45 \cdot 10^{-6} & 4.46 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}, \quad X^T Y = \begin{bmatrix} 264 \\ 23800 \\ 10100 \end{bmatrix},$$

$$Y^T Y = 7097, \quad Q_0 = 90.77$$

- (a) Skatta parametrarna  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  och  $\sigma^2$ . (4p)
- (b) Gör konfidensintervall (95%) för effekten av Aluminium och Järn, dvs för  $\beta_1$  och  $\beta_2$ . Vad kan man säga om modellen? (3p)
- (c) Vad är den förväntade upptagningsförmågan i jord med Aluminiumhalt  $x_1 = 75$  och Järnhalt  $x_2 = 20$  (ange ett lämpligt 95%-intervall)? (3p)
6. Teorifrågor. Ge koncisa svar på nedanstående frågor.

- (a)  $X$  och  $Y$  är oberoende s.v. med  $X \in N(3, 2^2)$  och  $Y \in N(1, 3^2)$ .
- i) Vad är sannolikheten att  $P(X < 2)$ ? (2p)
- ii) Bestäm fördelningen för  $Z = 2X - Y$ . (2p)
- (b) Om  $A$  och  $B$  är två händelser, vad menas med att  $A$  och  $B$  är oberoende? Vad menas med att  $A$  och  $B$  är disjunkta? (4p)
- (c) För att undersöka vilken av två bakteriestammar som är bäst lämpad för biogasproduktion så ämnar Eva placera bakteriestammarna i provrör med cellulosa lösning och mäta mängden metan som producerats efter en vecka.

Bakterie	Provrör
1	A, B, C, D
2	E, F, G, H

De åtta provrören kommer att placeras i labbets uppvärmda provrörsställ:

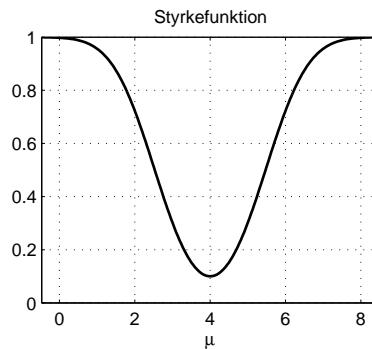
Vägg			
1	2	3	4
5	6	7	8

- i) Beskriv hur en fullständigt randomiserad försöksupställning kan konstrueras. (2p)
- ii) Eva misstänker att temperaturen närmst väggen (plats 1–4) kan vara något svalare. Beskriv hur ett lämpligt randomiserat block försök kan konstrueras. (2p)

(d) Figuren nedan visar styrkefunktionen för ett tvåsidigt hypotestest. Avgör med hjälp av figuren:

i) Vilken hypotes som testas (ange  $H_0$  och  $H_1$ ) (2p)

ii) Testets signifikansnivå. (2p)



(e) Vid bestämning av reaktionshastigheter undersöks hur lång tid det tar för ett organiskt färgämne att helt oxideras (ändra färg). Förändringen i koncentration av färgämnet är  $\Delta C = -1.5 \text{ mol/L}$ , och fyra experiment ger följande skattningar av reaktionstiden  $\overline{\Delta t} = 4 \text{ s}$  och dess osäkerhet  $s_{\Delta t}^2 = 0.07^2$ . Reaktionshastigheten ges som förändringen i koncentration genom tiden som reaktionen tog:

$$R = -\frac{\Delta C}{\Delta t}.$$

Använd skattningen av  $\Delta t$  och dess osäkerhet för att bestämma en approximativ skattning av  $R$  och dess osäkerhet  $V(R)$ . (4p)

---

LYCKA TILL!